





Környezetvédelmi
Szolgáltatók és Gyártók
Szövetsége



MÉRÉS- MINTAVÉTEL KONFERENCIA

2026. június 4.

Benczúr Hotel (Budapest, Benczúr u. 35.)



Környezetvédelmi
Szolgáltatók és Gyártók
Szövetsége



Mintavételi bizonytalanság és mérési hibák

Dr. Szigeti Tamás János
stratégiai igazgató

Bálint Analitika Kft.

2026. június 4.

Benczúr Hotel (Budapest, Benczúr u. 35.)



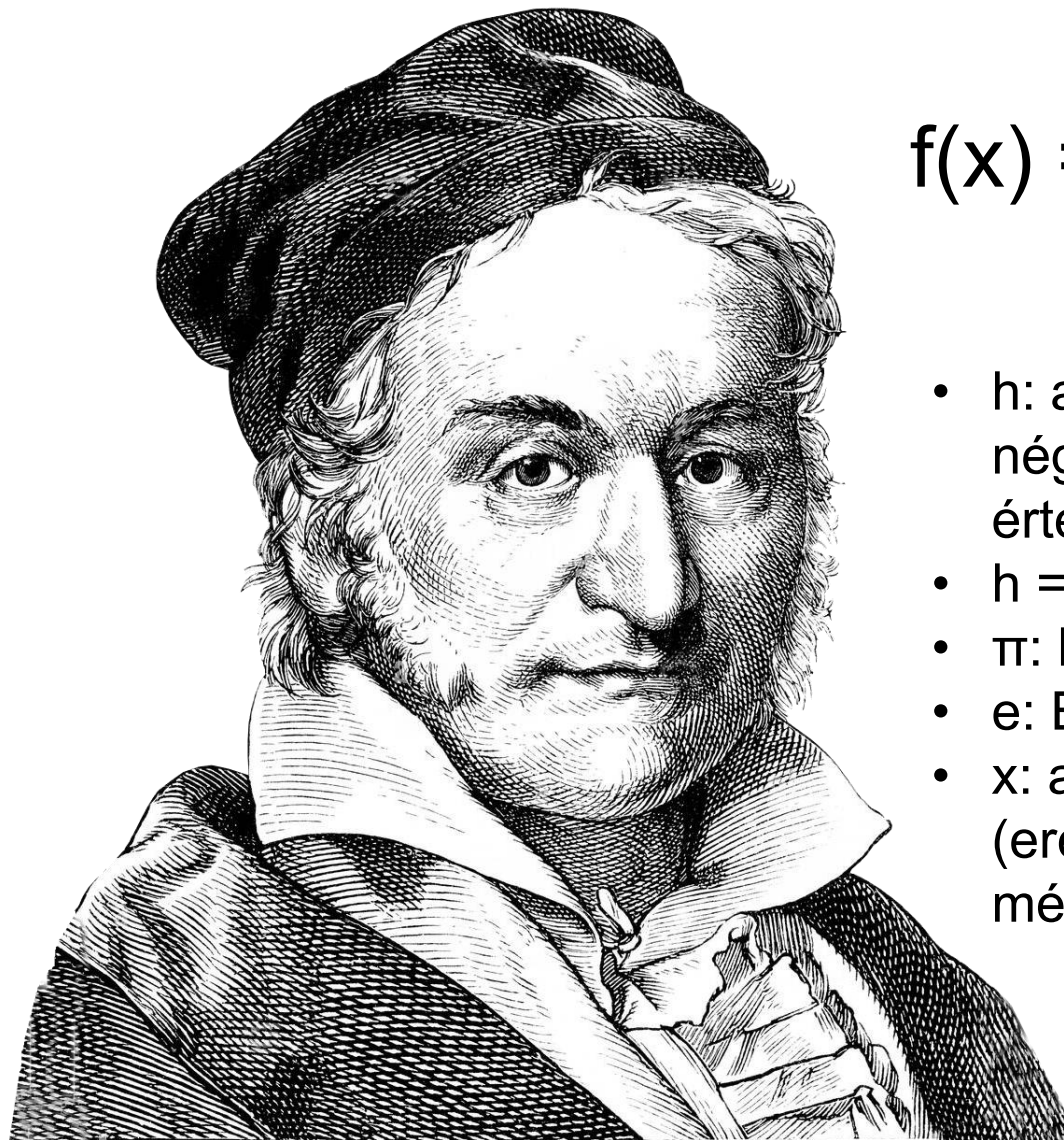
Úgyse hiszi senki el magának,
Hogy amit lát, az tényleg van,
Hanem várja, hogy a **valódi látványt**
Jelző kürtszó felharsan.

Szól a kürt, ellibben a függöny,
Amit most látsz, az tényleg van.
Kár, hogy mikor körbenéznél,
A szélben a mécsesed ellobban...



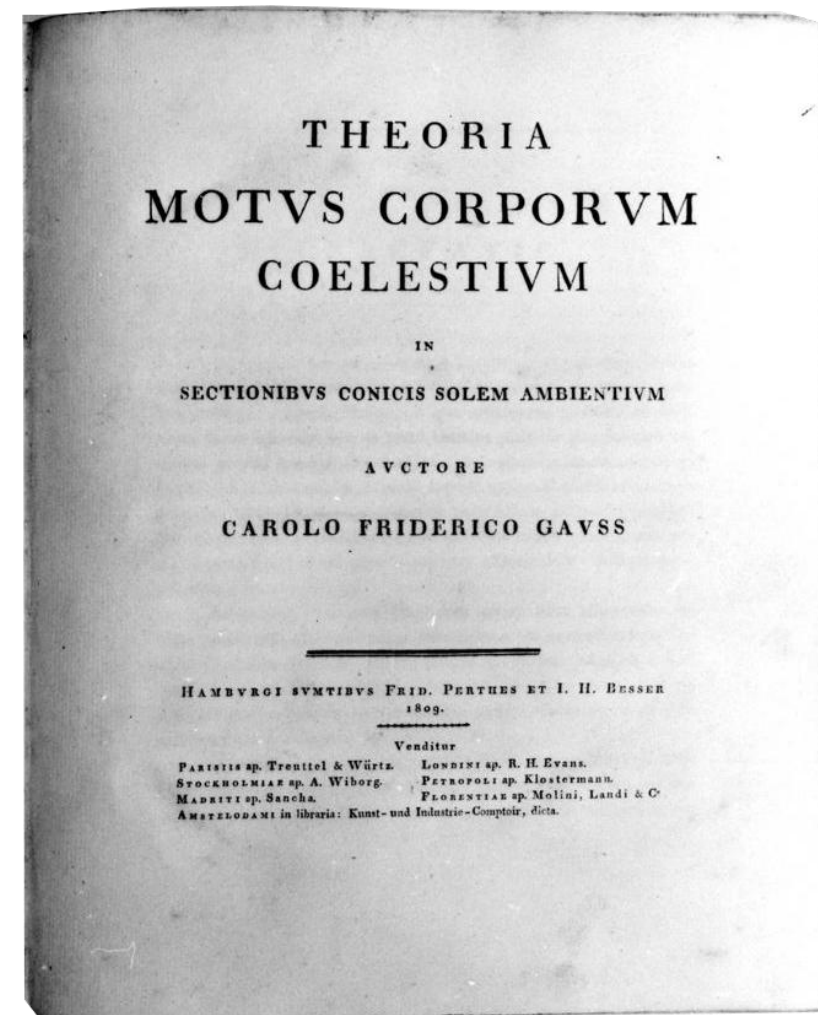


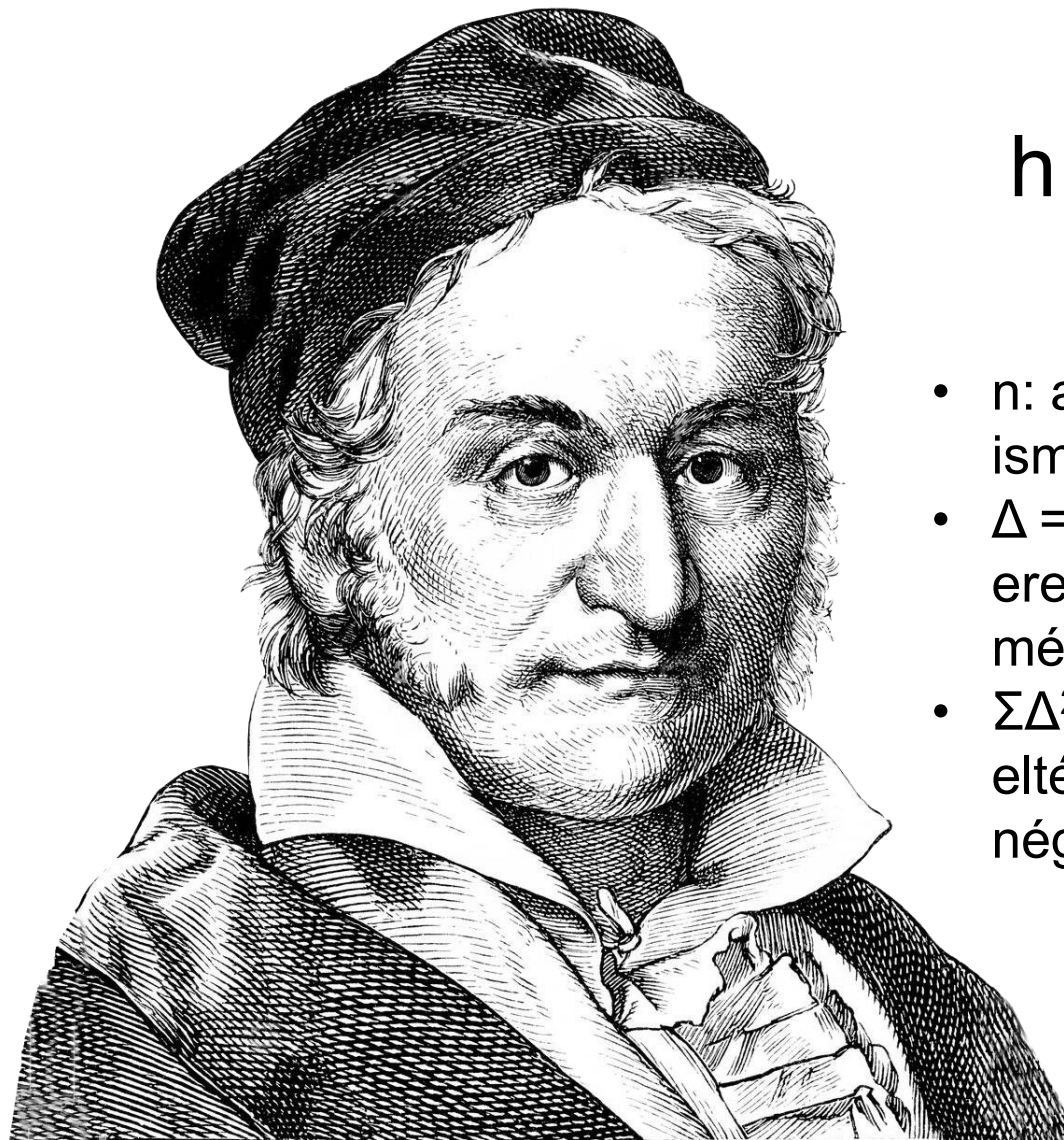
„Nem az igazság valódi vagy vélt birtoklása teszi értékesé az embert, hanem az igazság megismerésére fordított becsületes fáradozás [...]. Ha Isten jobbában tartana minden igazságot [...] s felszólítana: Válassz! – alázattal borulnék baljára [...]. **Hiszen a tiszta igazság egyedül csupán téged illet!**”



$$f(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-(h^2 x)^2}$$

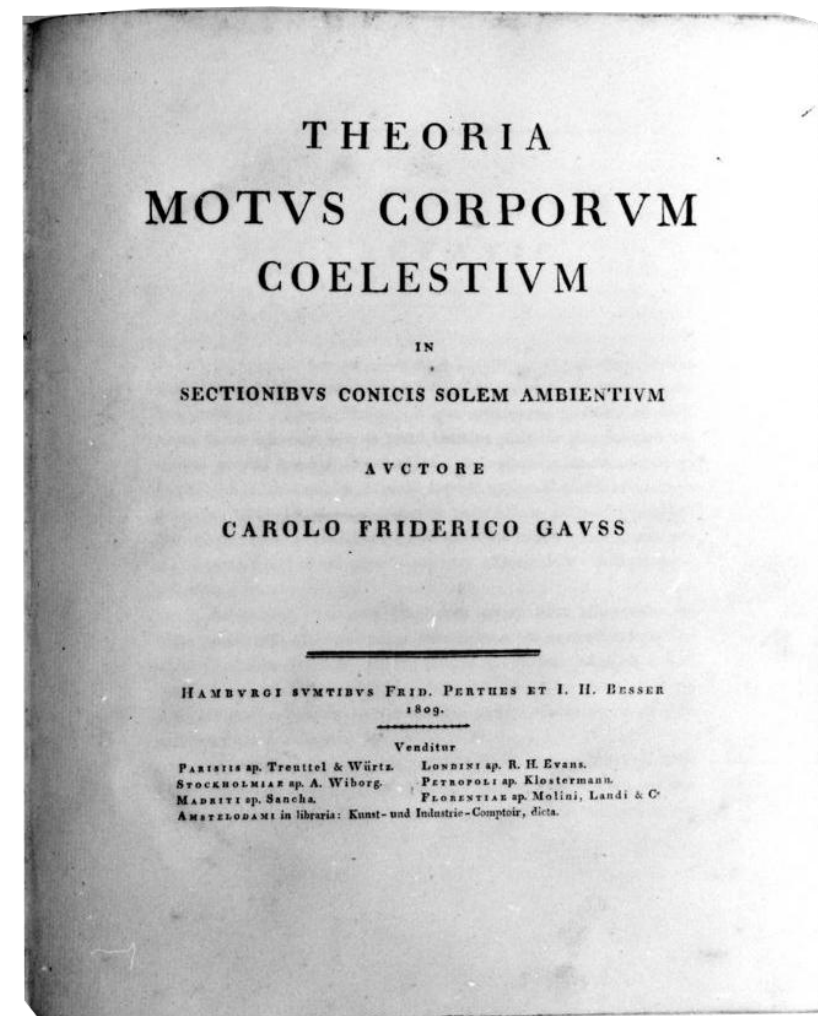
- h: a csillagászati mérések négyzetes hibáiból számított érték
- $h = 1/\sigma^{2,5}$
- π : konstans (3,14159...)
- e: Euler-állandó (2,71828...)
- x: a vizsgált változó (eredetileg a csillagászati mérések egyedi adatai)

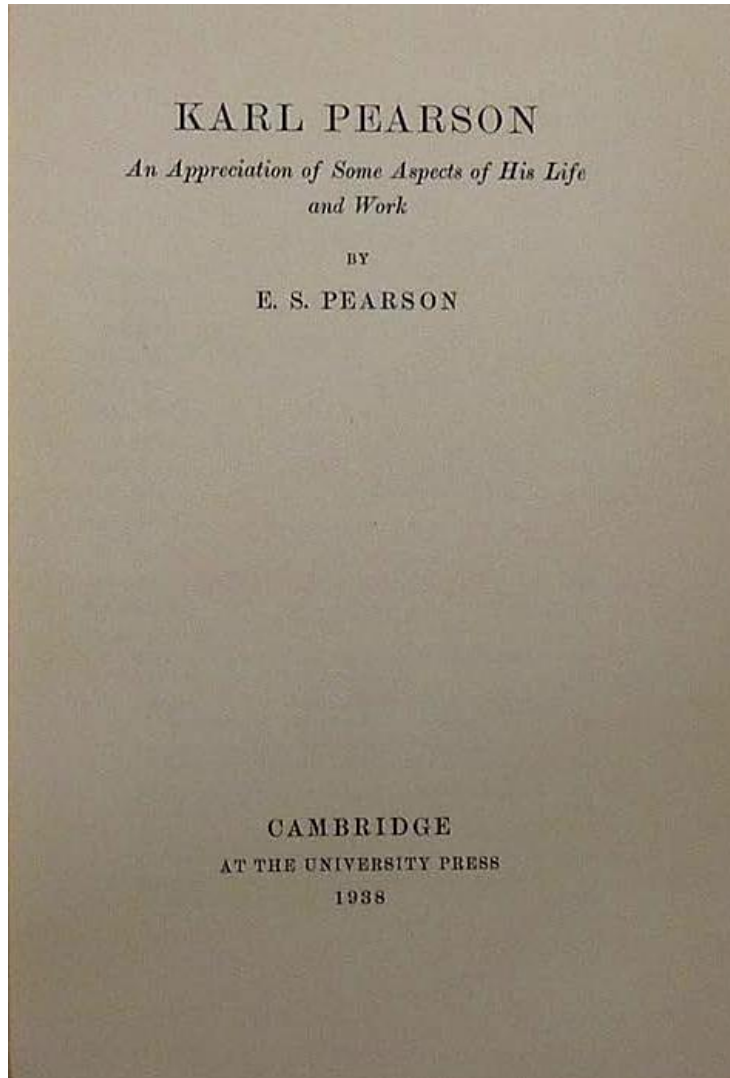




$$h = \sqrt{\frac{n}{2\sum\Delta^2}}$$

- n : a csillagászati mérések ismétlésének száma
- Δ = az átlagos mérési eredményektől eltérő egyedi mérések értéke
- $\sum\Delta^2$: az átlagtól való eltérések (hibák) négyzeteinek összege





$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

x: a vizsgált változó

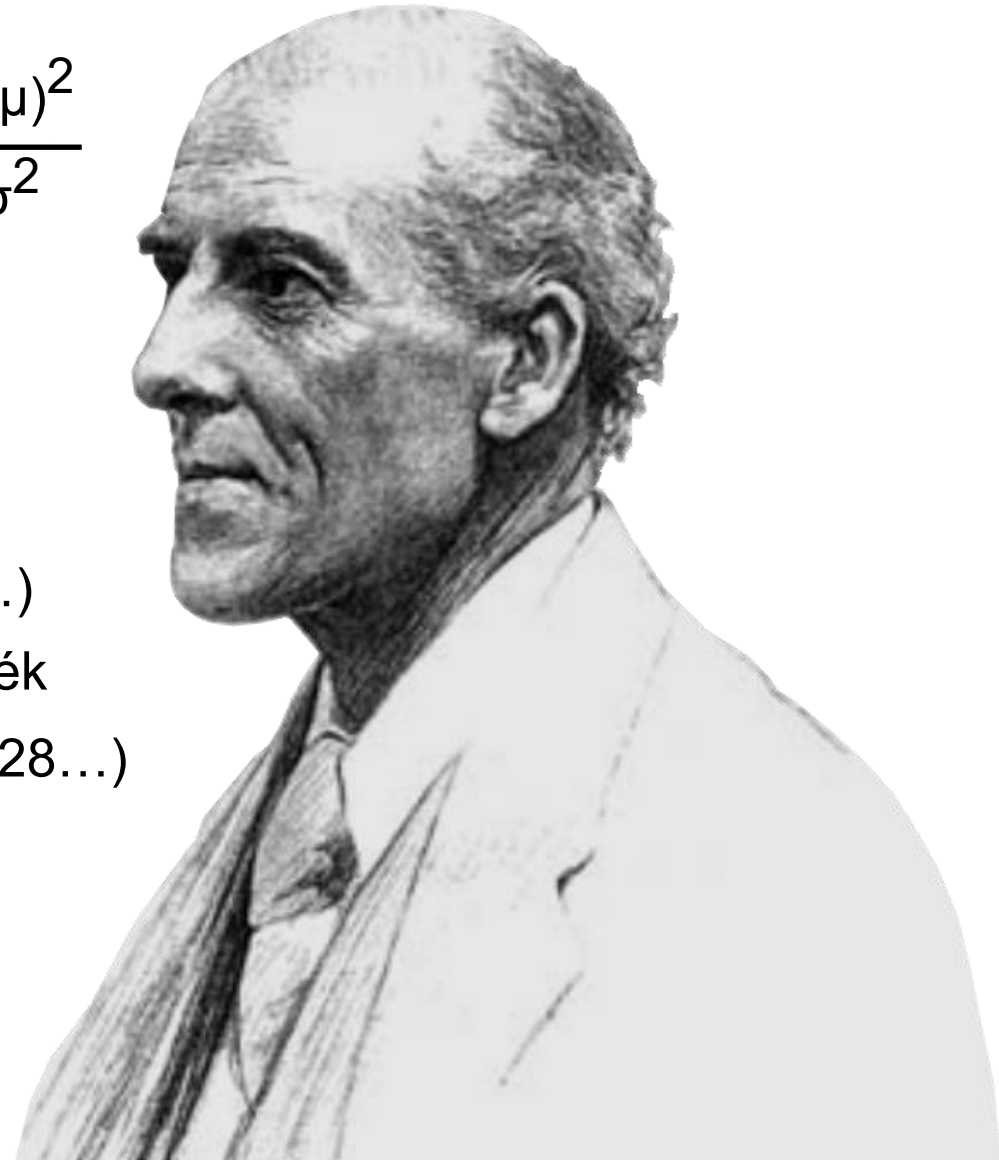
σ : elméleti szórás

π : konstans (3,14159...)

μ : várható (valódi?) érték

e: Euler-állandó (2,71828...)

$$h = \sqrt{\frac{1}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}}$$



Elméleti szórás (σ): A teljes sokaságra vonatkozik, ha ismert az összes elem vagy a pontos eloszlás.

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n p_i (x_i - \mu)^2}$$

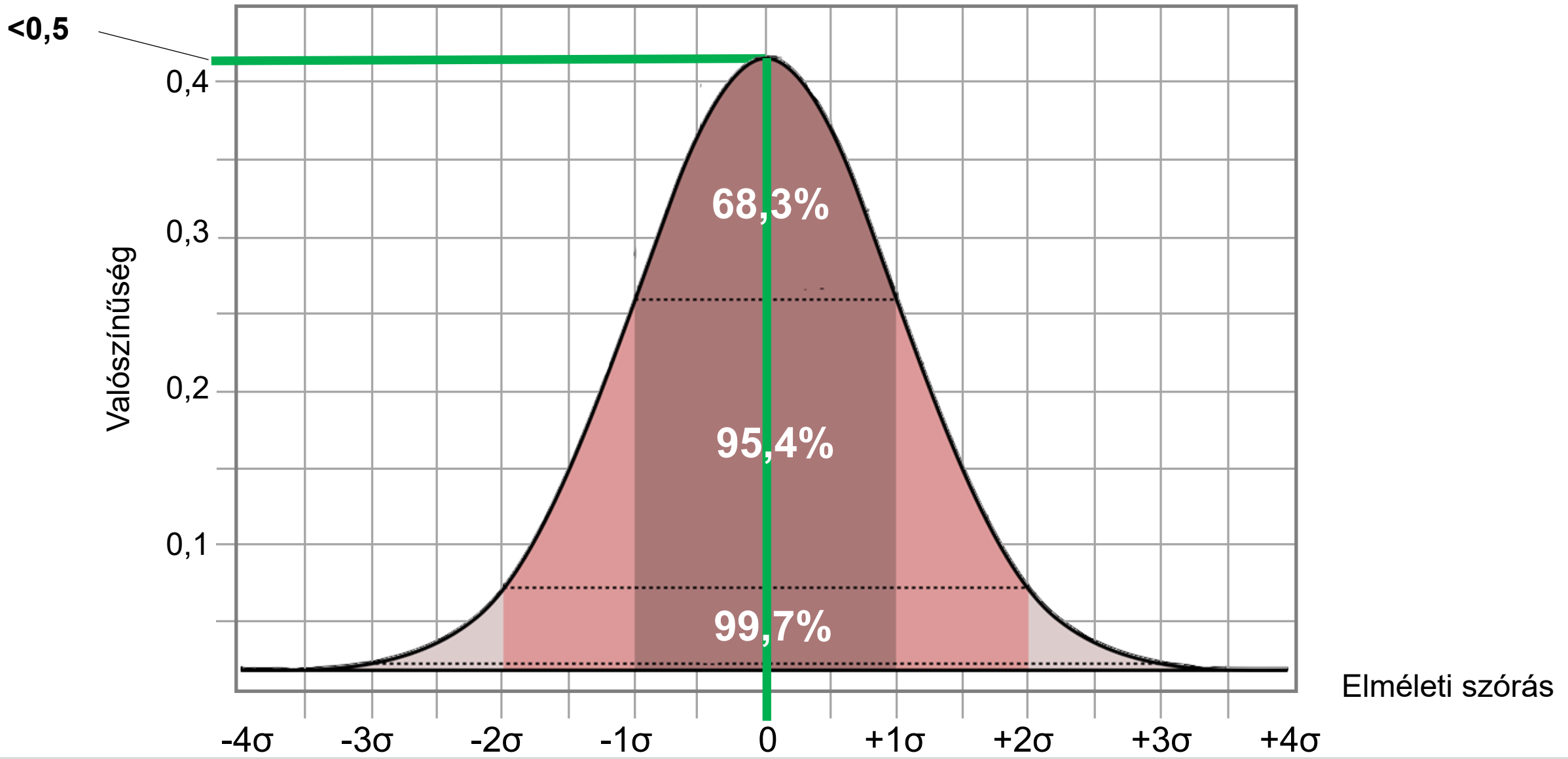
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

- **n**: az alapsokaságból vett minták száma;
- **n-1**: Bessel-korrektúra tapasztalati szórás számításánál a torzított szórás-bebecslés kiküszöbölése érdekében;
- **p_i** : az x_i -edik változó értékének valószínűsége;
- **μ** : az x_i -edik változó várható értéke;
- **x_i** : a minta i -edik elemének egyedi mérési eredménye;
- **\bar{x}** : az n számú mérési eredmény átlaga;

A mintavétellel kapott tapasztalati szórás (s): Csak a vett minta-egyedekre vonatkozik. Ilyen esetben nem ismert az összes elem, illetve a pontos eloszlás.

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

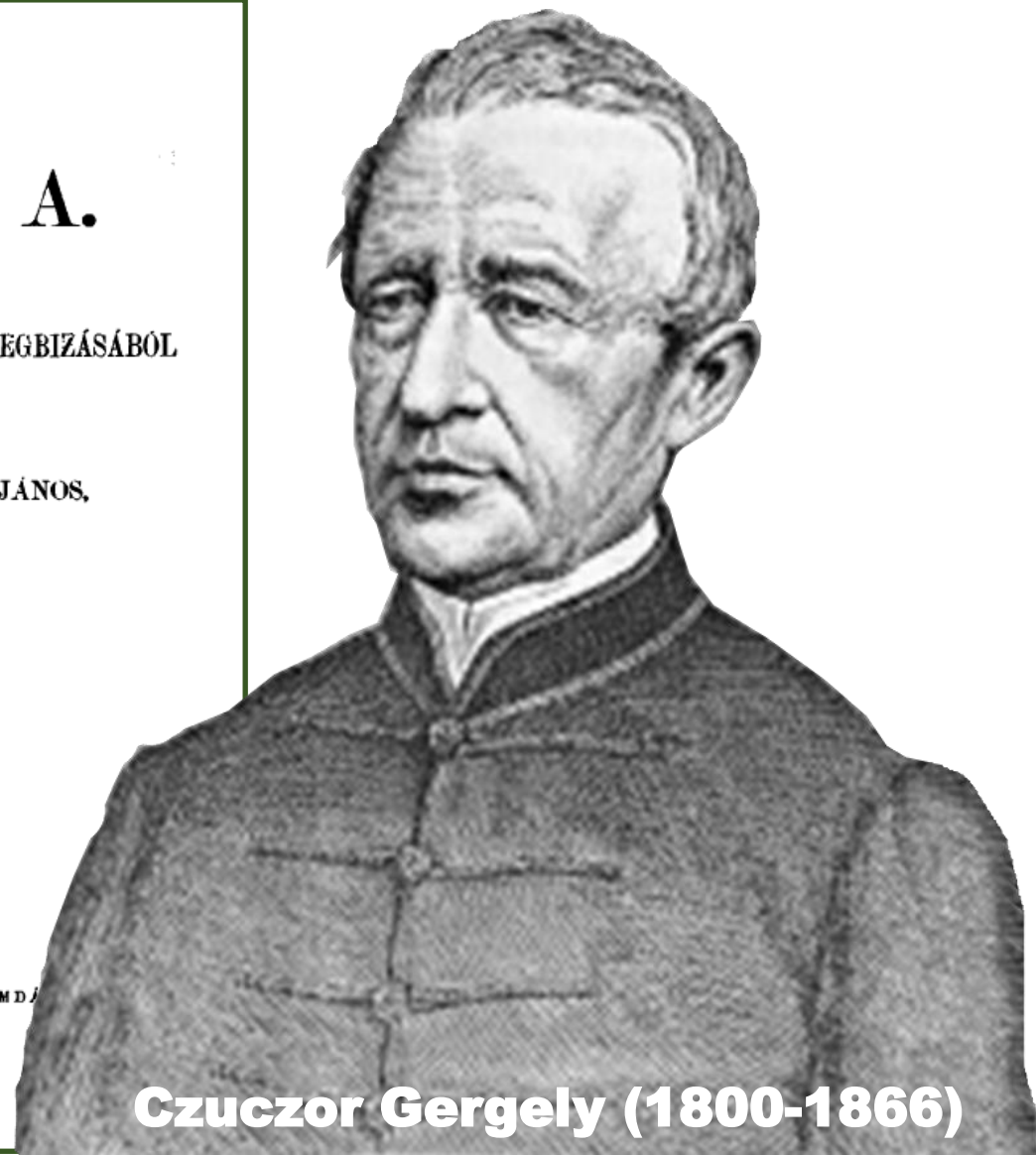
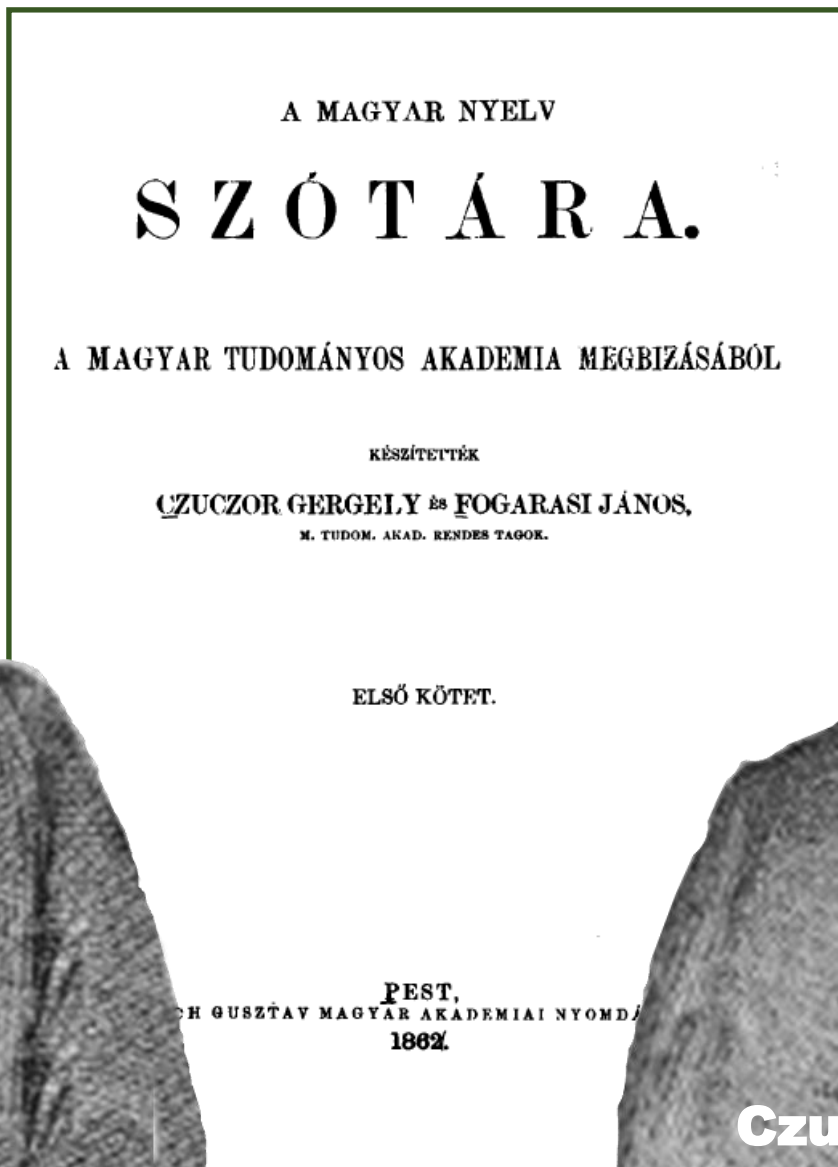
A valódi érték, μ ...? A Fichte vitairatában kifejtett elv szerint, a 0 szórással jellemzett érték rejtve marad...







Fogarasi János (1801-1878)

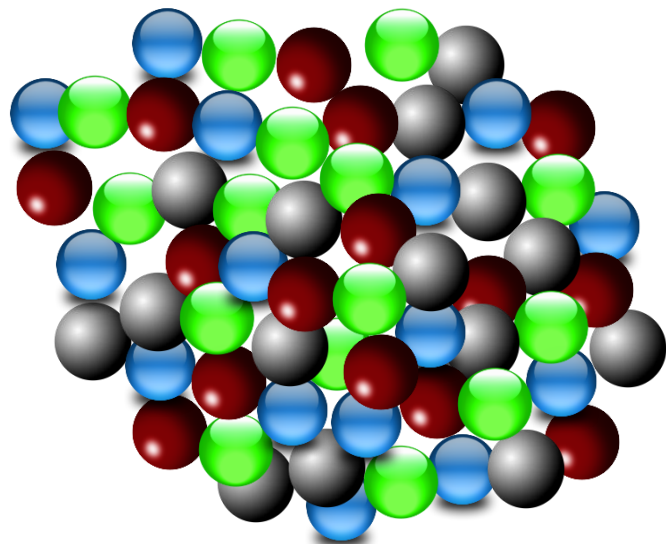


Czuczor Gergely (1800-1866)

MINTA, fn. tt. *mintát*. Kicsiny. *mintácska*. Általán bizonyos forma, vagy alak, mely szerint valami készül, vagy mely **kicsinben eléállít valamit**. Simay Kristófnál ,kapta‘ szóval hasonlítva am. forma, *proplasma*. Eléjön Szabó Dávidnál is, kinél am. „ábrázó formája valaminek, (pl.) szép mintába öntött.“ *Varrónők, és takácsok mintája*, melynek formája után varrnak, hímeznek, szőnek. *Szobrászok mintája*, pl. fából, agyagból, gipszből. *Épület mintája*. Törzse ezen szónak vagy a hasonlatot jelentő *mint*, a képzővel megtoldva, vagy pedig *mut*, melyből *mutat* is származik, s melynek gyöke *mu* itt is *n* toldaléket veszen föl,

MINTA fn. tt. mintát. Kicsiny. mintácska. Általán bizonyos forma, vagy alak, mely szerént valami készül, vagy mely **kicsinben eléállít valamit**. Simay Kristófnál ‚kapta‘ szóval hasonlítva am. forma, proplasma. Eléjön Szabó Dávidnál is, kinél am. "**ábrázó formája valaminek**, (pl.) szép mintába öntött." Varrónők, és takácsok mintája, melynek formája után varrnak, hímeznek, szőnek. Szobrászok mintája, pl. fából, agyagból, gipszből. Épület mintája. Törzse ezen szónak vagy a **hasonlatot jelentő mint**, a képzővel megtoldva, vagy pedig mut, melyből **mutat** is származik, s melynek gyöke mu itt is n toldalékot veszen föl, mint munka, régiesen muka szóban; s e szerént **minta = munta am. mutató**. Így ‚módon‘ szó is (melynek törzse: mód egyező mut gyökkel) némely régieknél, pl. Szalay Á. gyűjteményében 272. lapon mond. Finnül: muotti am. minta, és muoto am. mód.

Megállapítani egy alapsokaság (tétel):



- Összetételét;
- Hasznos komponenseinek mennyiségét;
- Káros komponenseinek mennyiségét;
- Megfelelőségét;

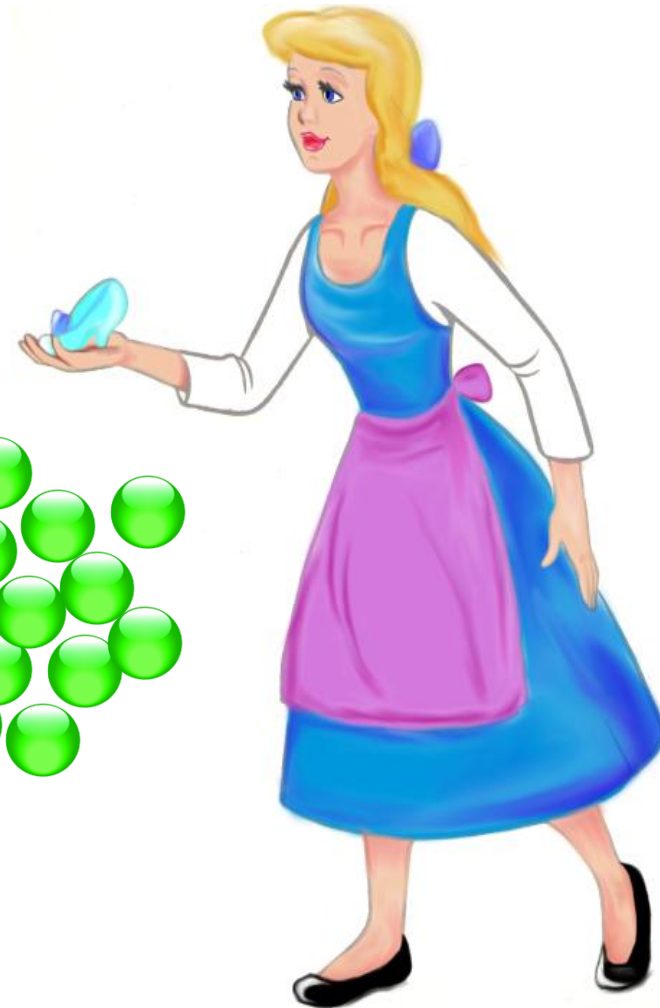
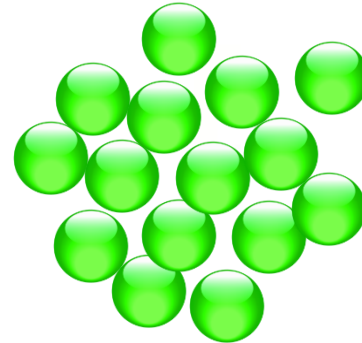
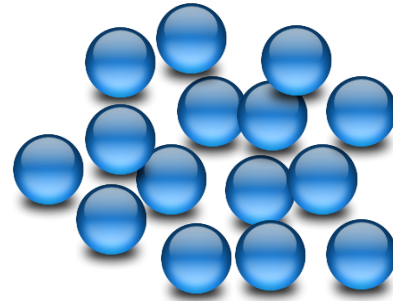
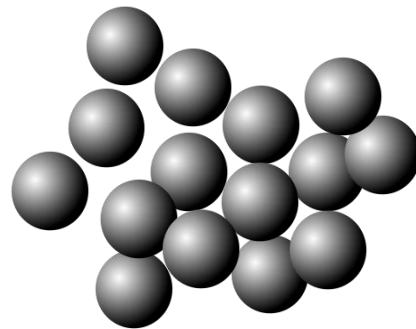
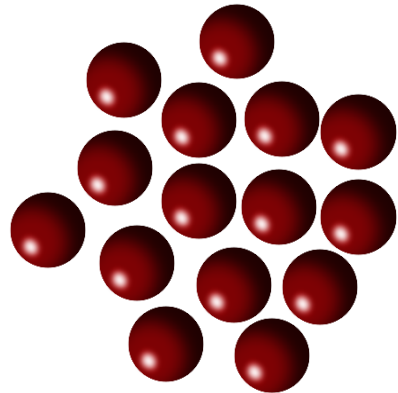


Az egész sokaságot egyszerre nem vizsgálhatjuk...

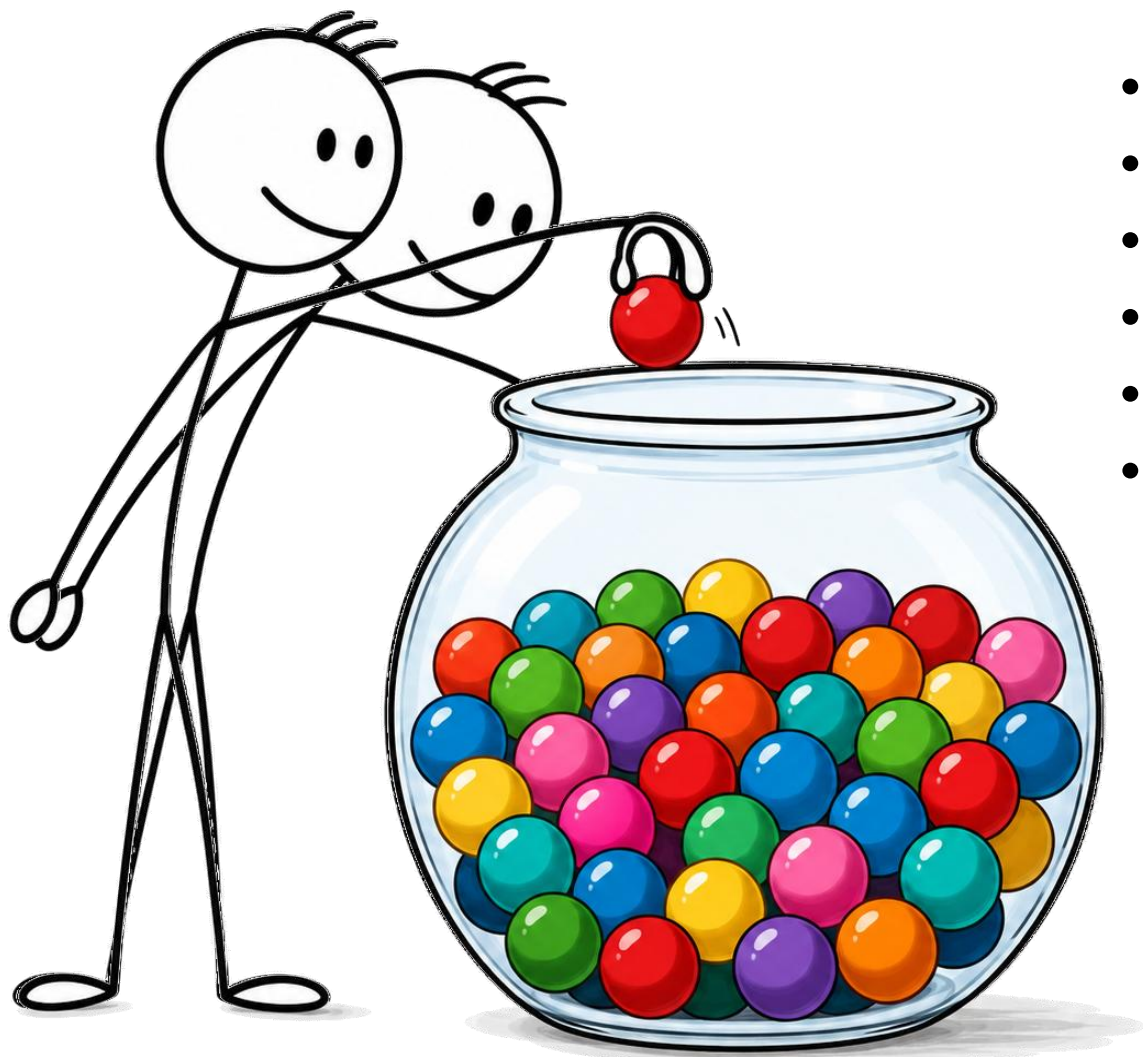
Hogyan fogjunk hozzá a feladat megoldásához?

Az alapsokaság szétválogatása általában lehetetlen feladat (kivétel: Grimm mesealakja...).

A tétel reprezentatív jellemzésére valamilyen más módszert kell választanunk.



A kivett mintával az alapsokaságot kellene jellemezni (reprezentálni)



- Élelmiszerek
- Takarmányok
- Vizek
- Talajok
- Hulladékok
- Levegőminták





A mintavétel és az azt követő laboratóriumi vizsgálat eredménye a döntések kimenetelét befolyásolja

Jogszabályi
megfelelés

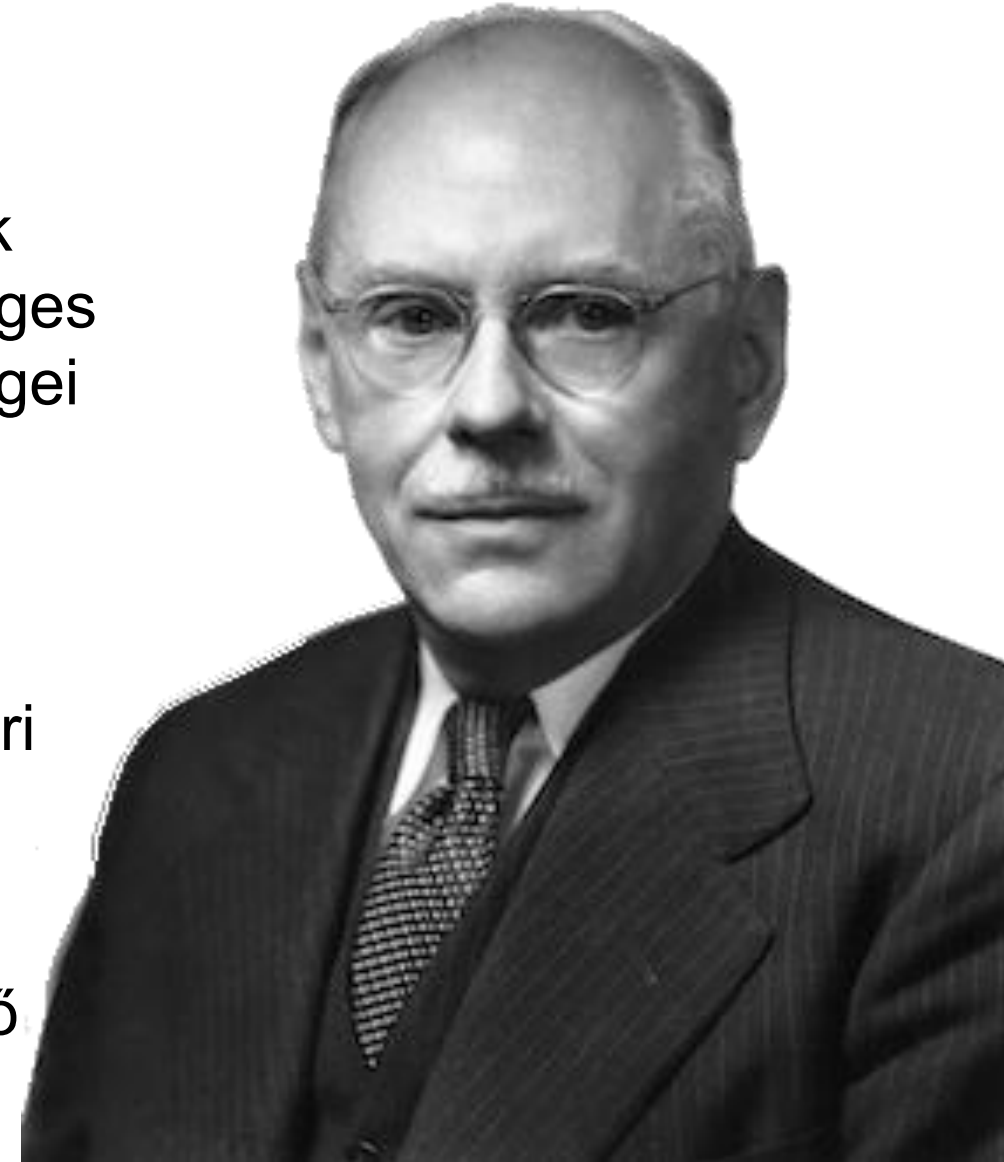


Gazdaság, üzlet

Biztonság

1. **Biztos döntés:** biztosan tudható, hogy melyik következmény lesz a döntés eredménye;
2. **Bizonytalan döntés:** nem ismerjük a tényállapotok (következmények) valószínűségeit, azaz a lehetséges kimenetek vagy azok bekövetkezési valószínűségei teljesen ismeretlenek;
3. **Kockázatos döntés:** a legtöbb valóságos döntési probléma ide tartozik (ismerjük a következmények valószínűségeit). Ilyen esetben a döntéshozó ismeri a lehetséges kimeneteket, és képes azokhoz pontos valószínűségeket rendelni;

A kockázatos döntés és a bizonytalan döntés közötti fő különbség a kimenetek valószínűségének ismerete.



A mintavételt követő, tételminősítés, döntés a termék, az áru sorsa felől (megfelelőség ellenőrzése) alapvetően a **kockázatos döntések** körébe tartozik, mert ismerjük a döntés várható következményeit.



A mintavételt követő, tételminősítés, döntés a termék, az áru sorsa felől (megfelelőség ellenőrzése) alapvetően a **kockázatos döntések** körébe tartozik, mert ismerjük a döntés várható következményeit.

MEGFELELŐ

Levegő, gázok



Füstök



Folyadékok, iszapok



Élelmiszerek



Talajok



Kőzetek

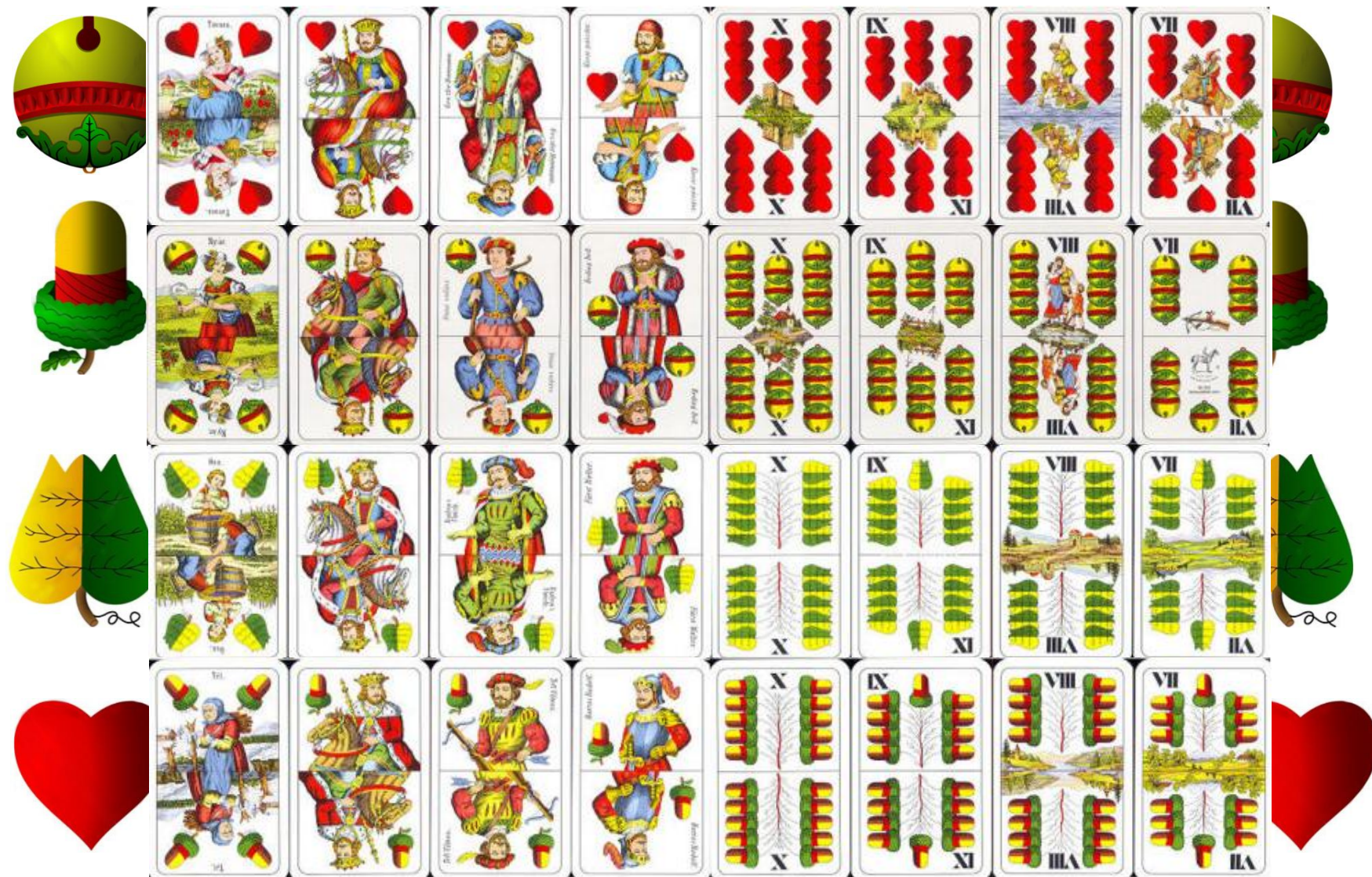


Különböző hulladékok

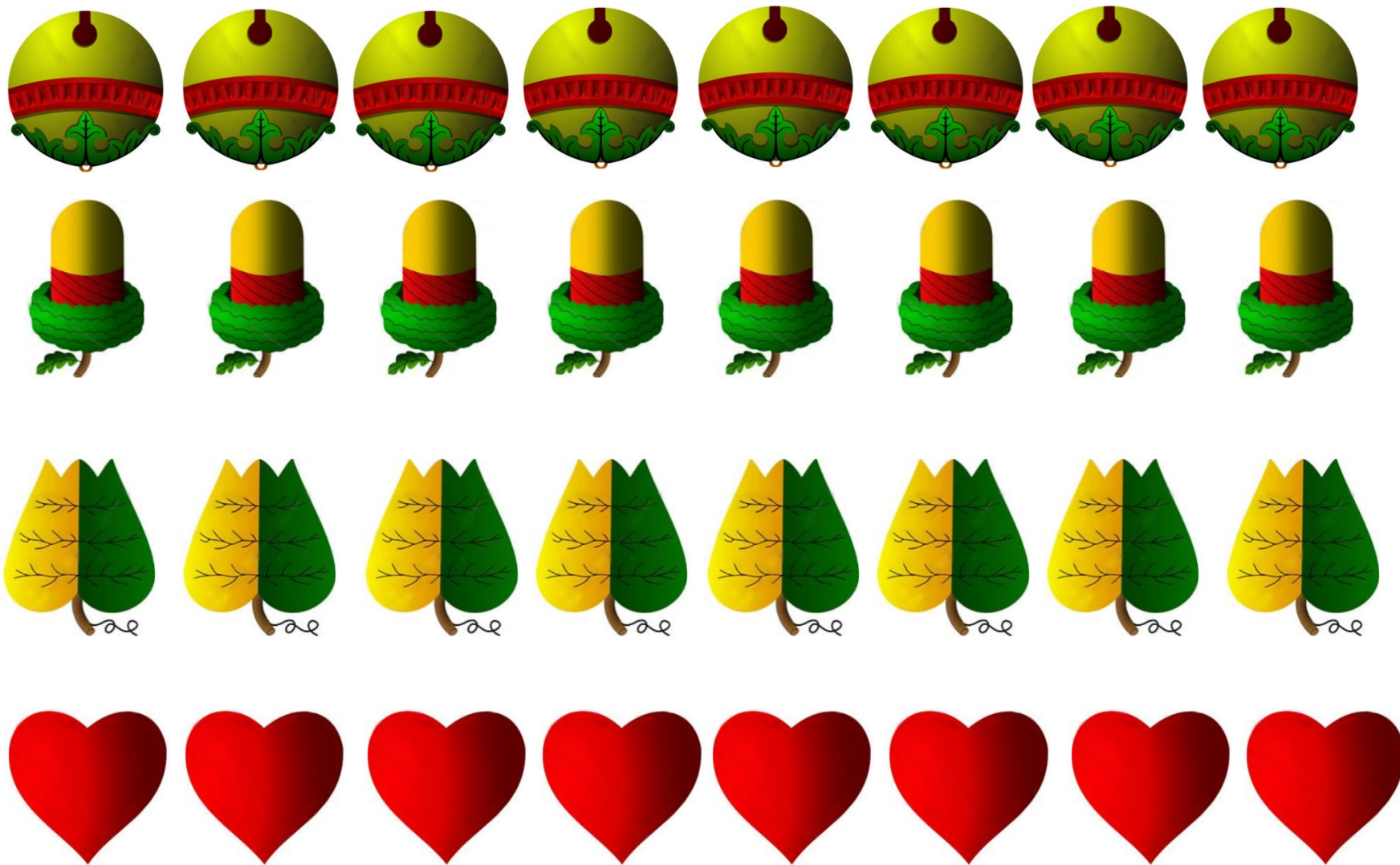


Termények

Magyar kártya: 8 tök, 8 makk, 8 zöld és 8 piros = 32 lap



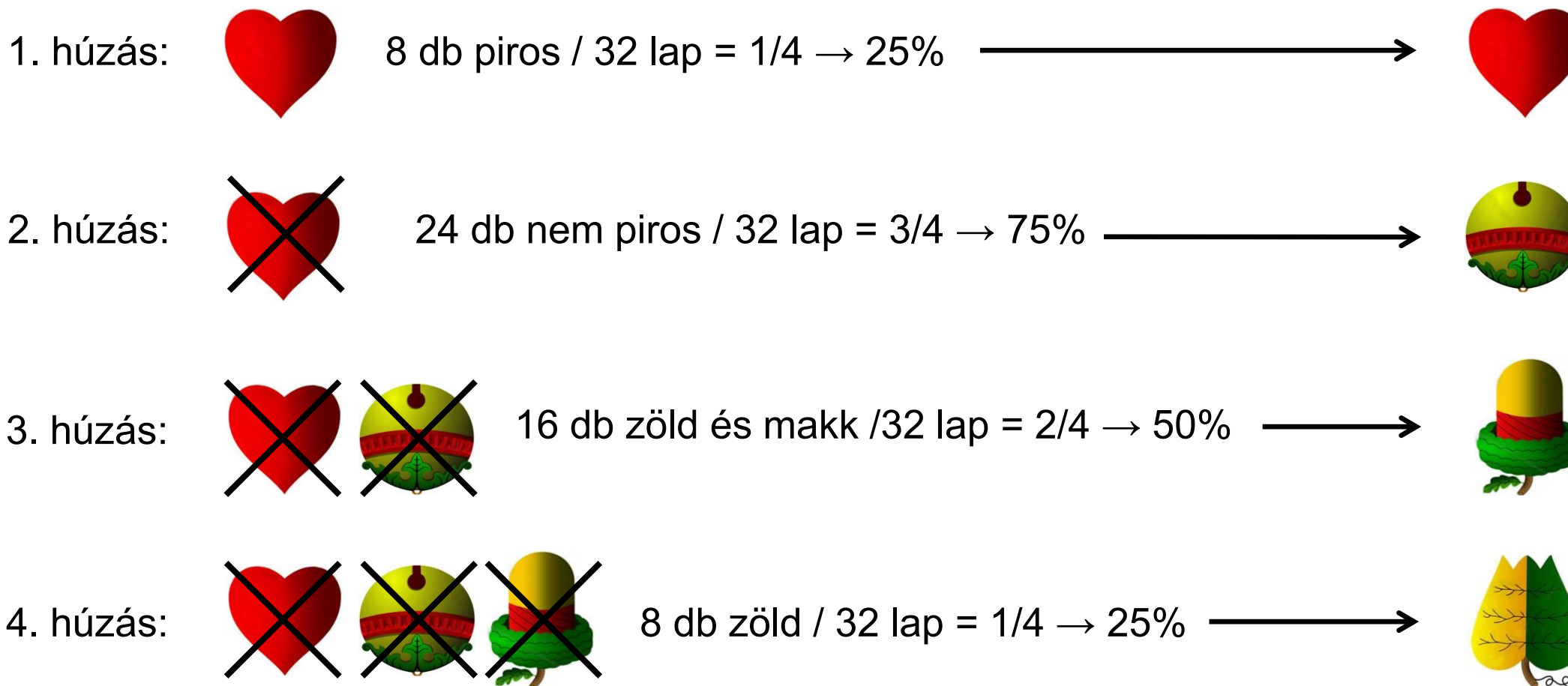
Magyar kártya: 8 tök, 8 makk, 8 zöld és 8 piros = 32 lap



Mi a valószínűsége annak,
hogy a magyar kártya
32 lapjából visszatevéssel
négyet húzva, négy különböző
színű lapot kapunk a
„mintában”?



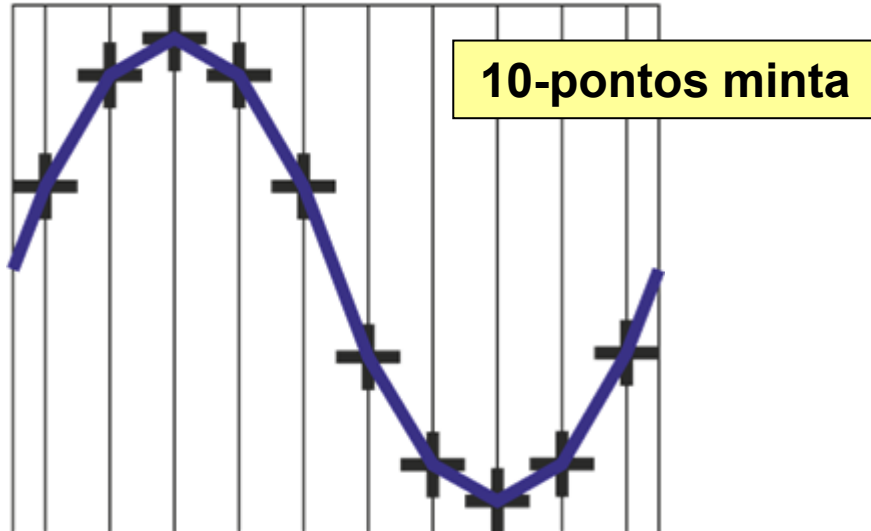
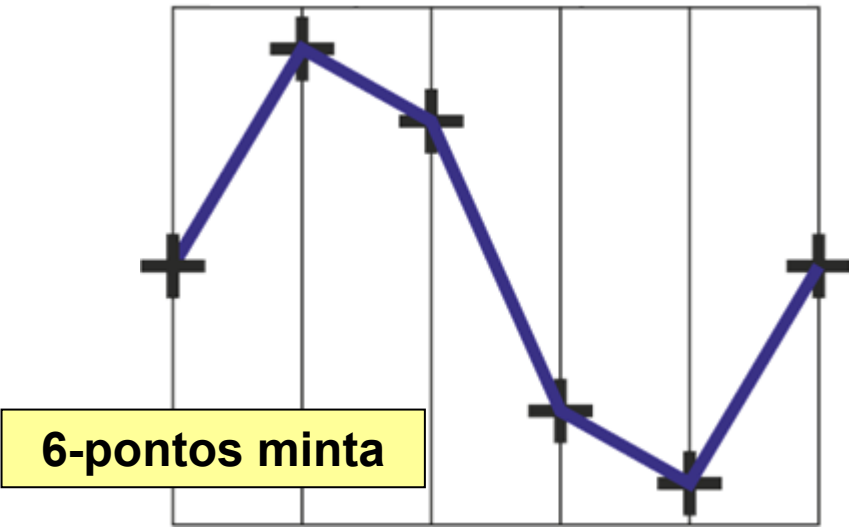
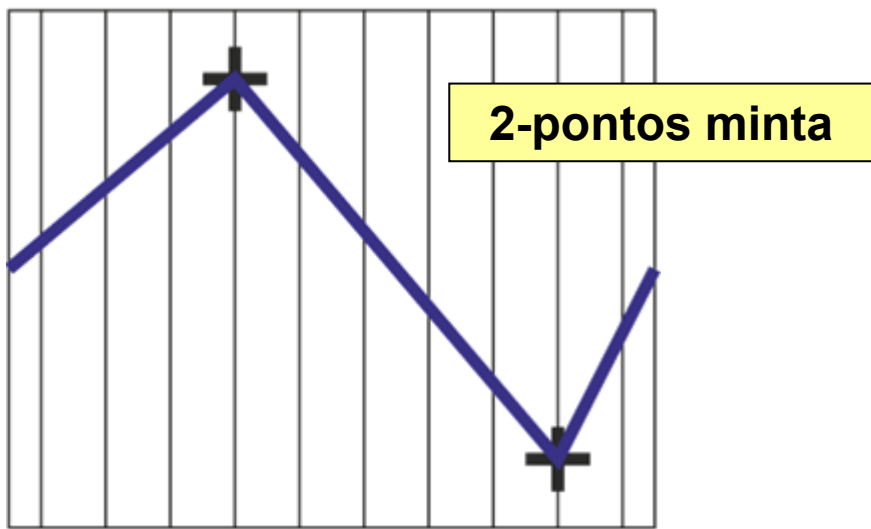
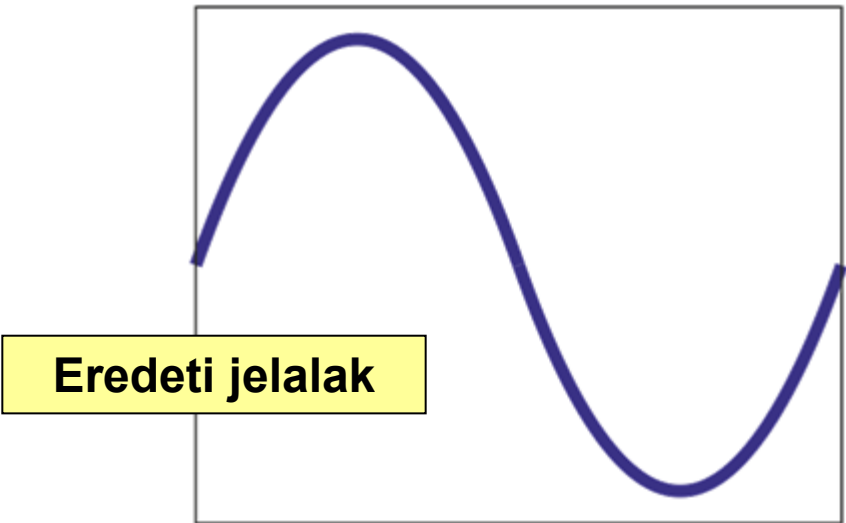
Húzási valószínűségek (visszatevéses mintavétellel 4 lap) - Legyen az első lap piros...



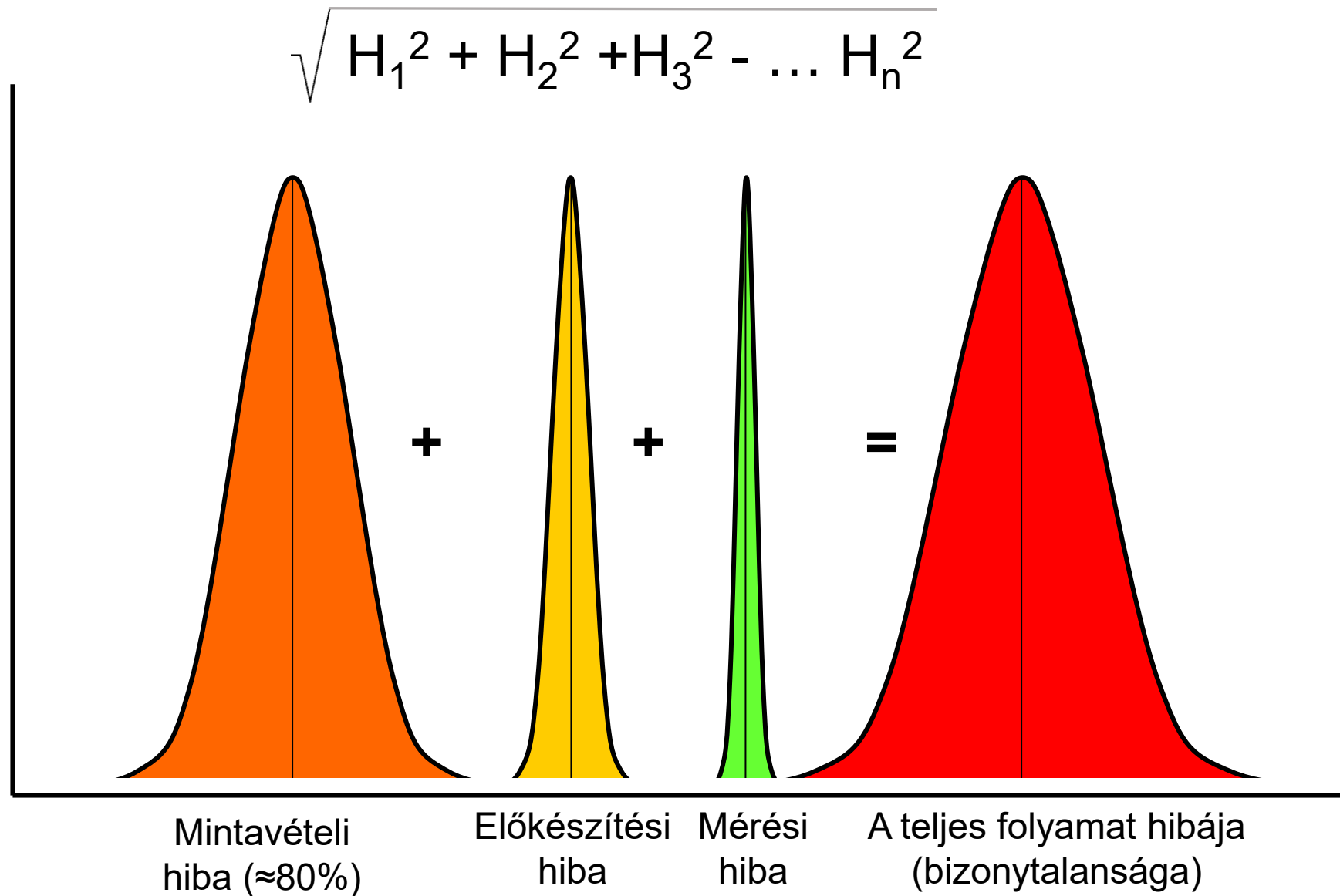
$$1/4 \times 3/4 \times 2/4 \times 1/4 = 6/256 = 1/44 = 0,023$$

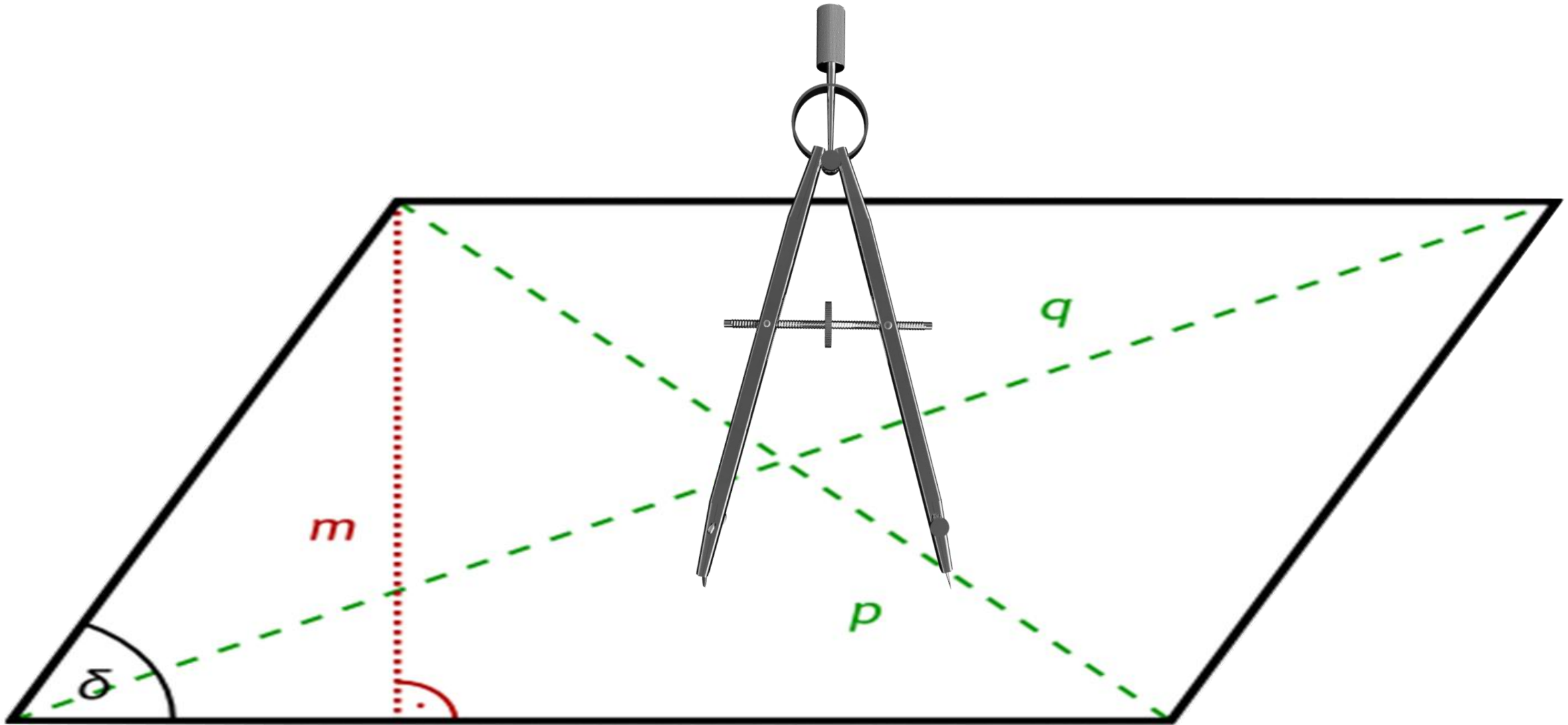
4 lap húzásából a négy különböző szín valószínűsége $\approx 2\%$

Mintavétel modellje – Mikor reprezentatív a minta?

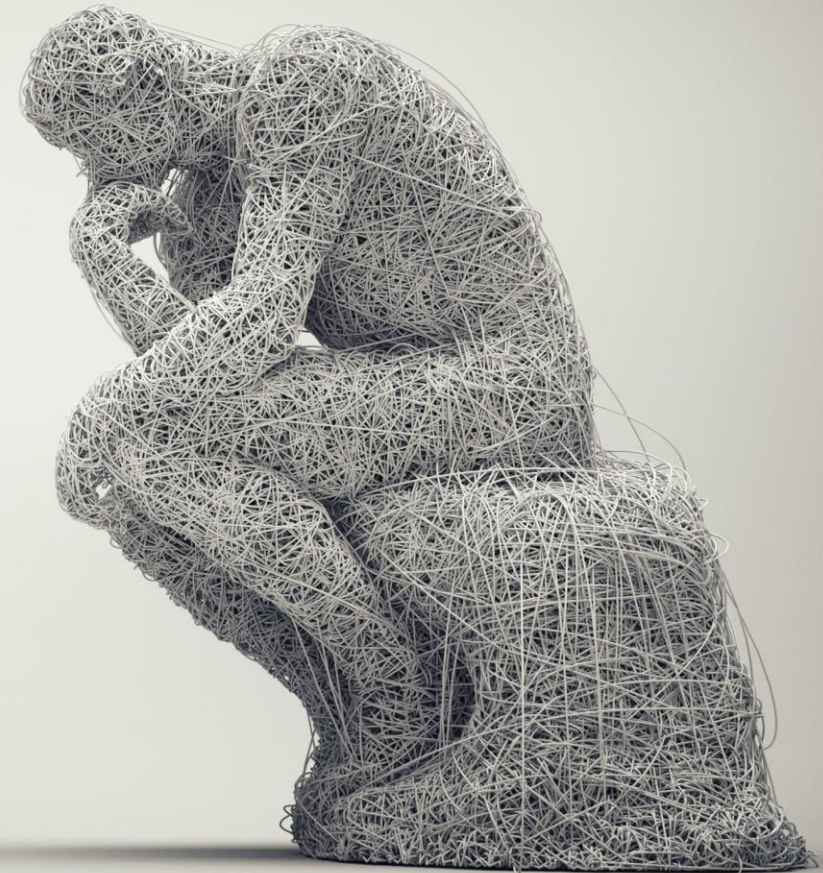


Hibaterjedés mintavétel – vizsgálati eredmény





Elképzelhető-e olyan,
mintamennyiség, aminél
kisebb mennyiséget kivéve,
biztosan **nem lesz**
reprezentatív a mintánk?





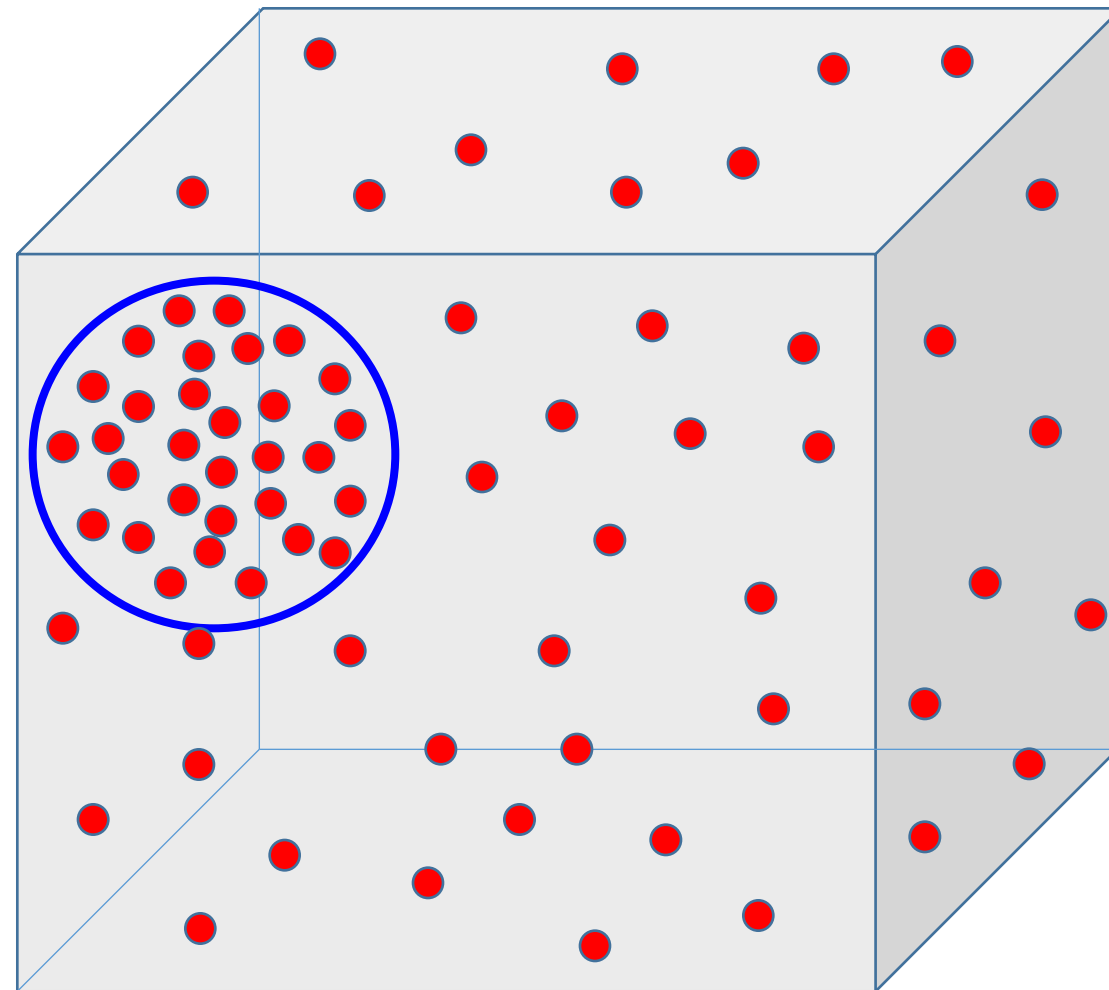
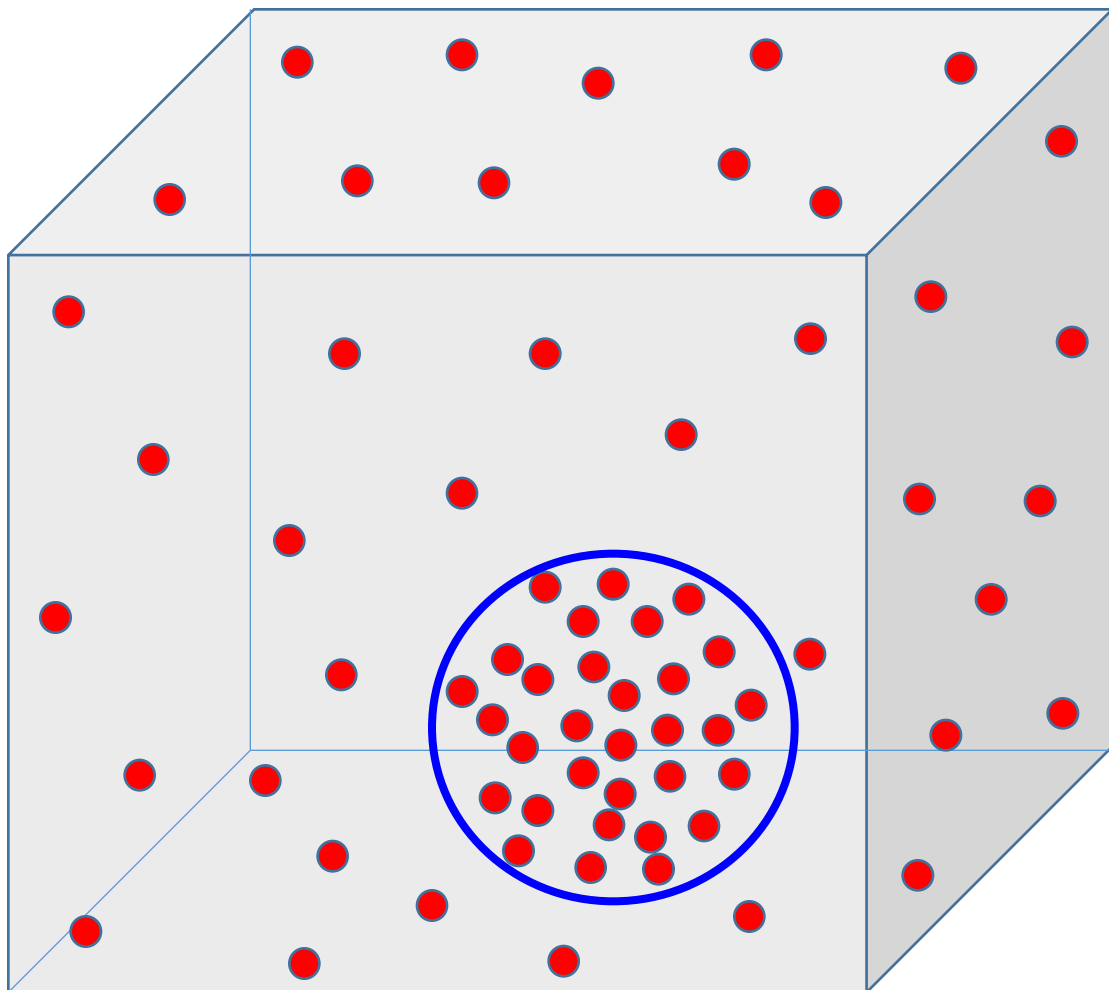
Reprezentatívnek
tekinthető minta



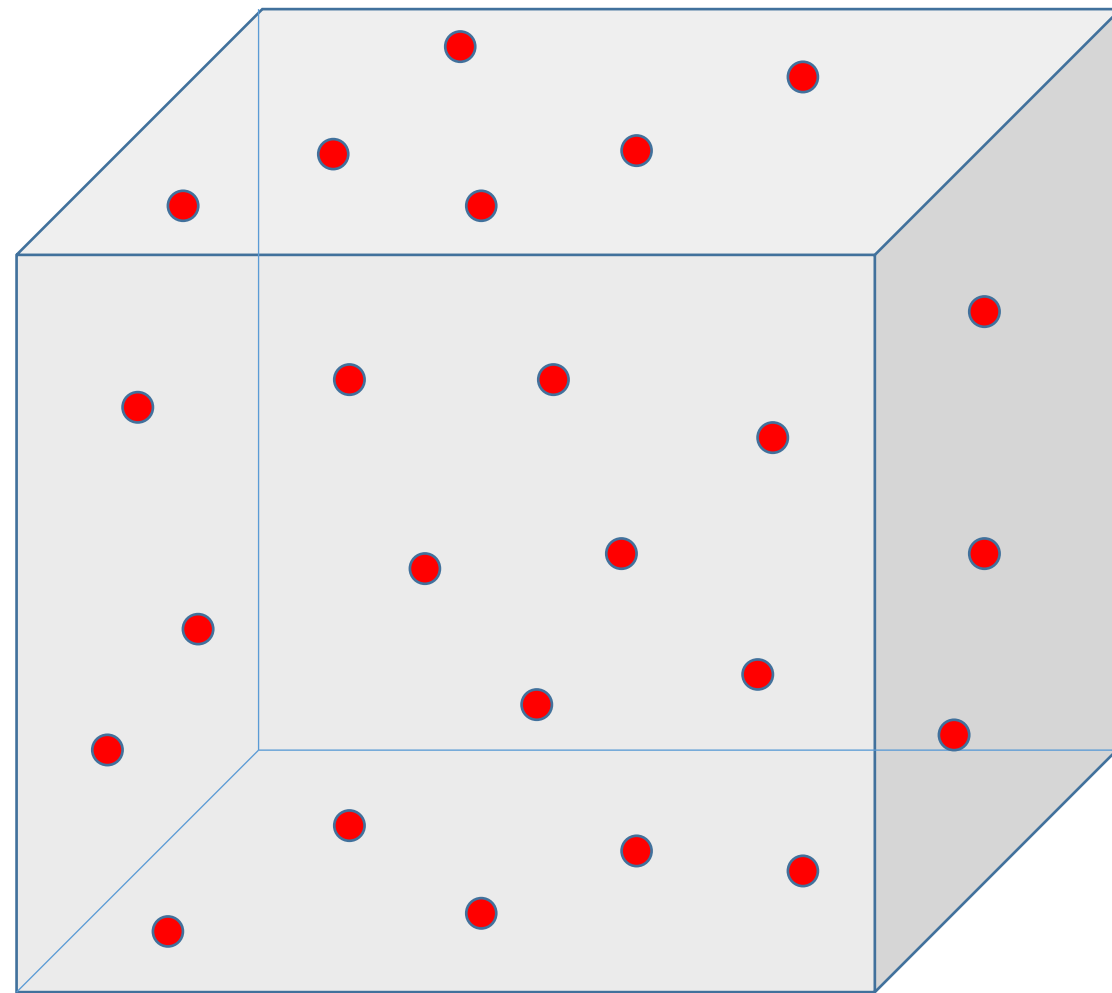
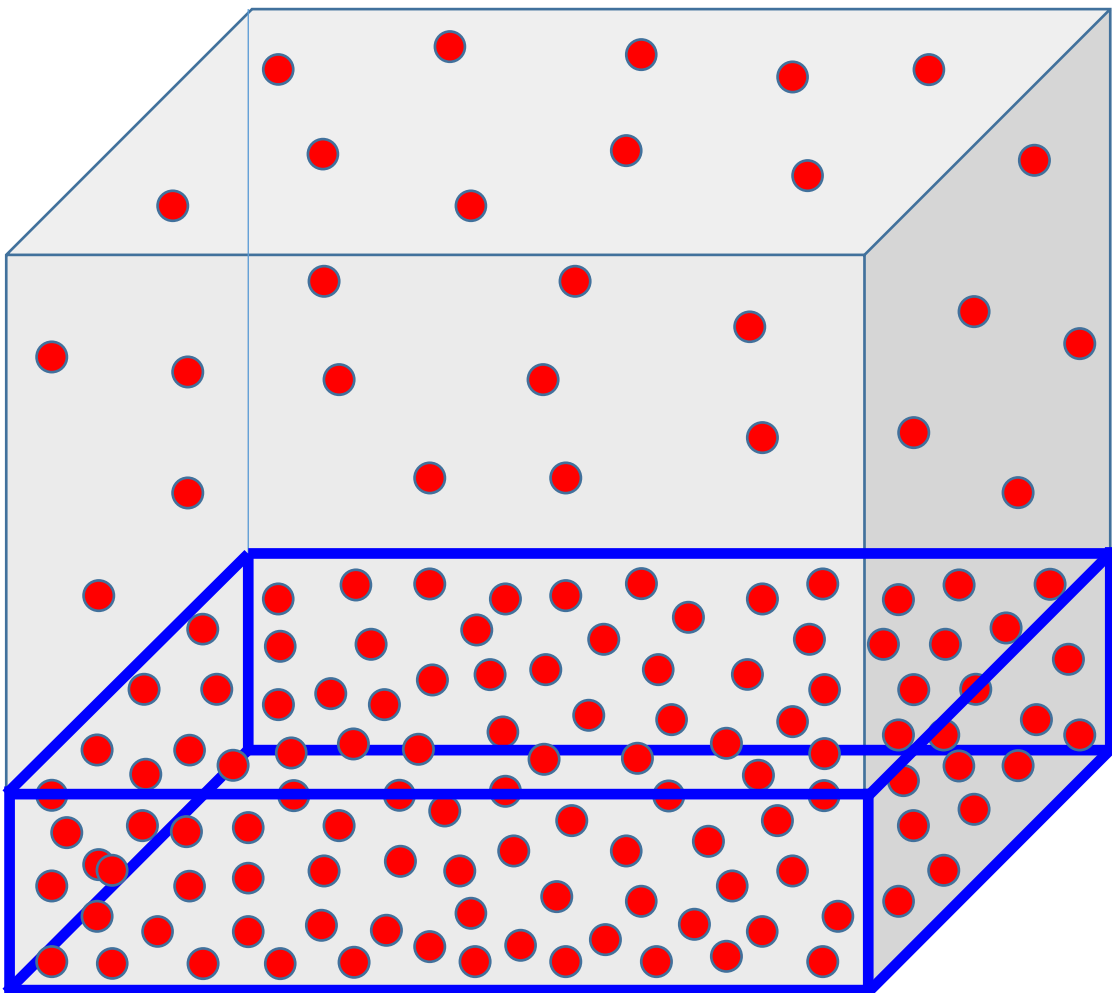
Alapsokaság (tétel, batch, lot)
Sötét:Világos-arány = 1:8

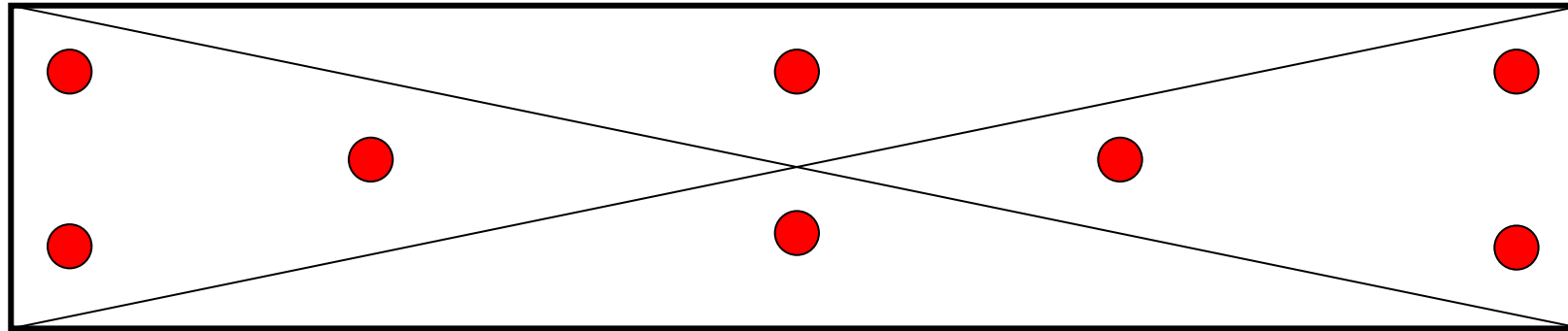
Minta - Sötét:Világos = 1:8

Egyenetlen szennyezőanyag-eloszlás (lokális szennyezés)

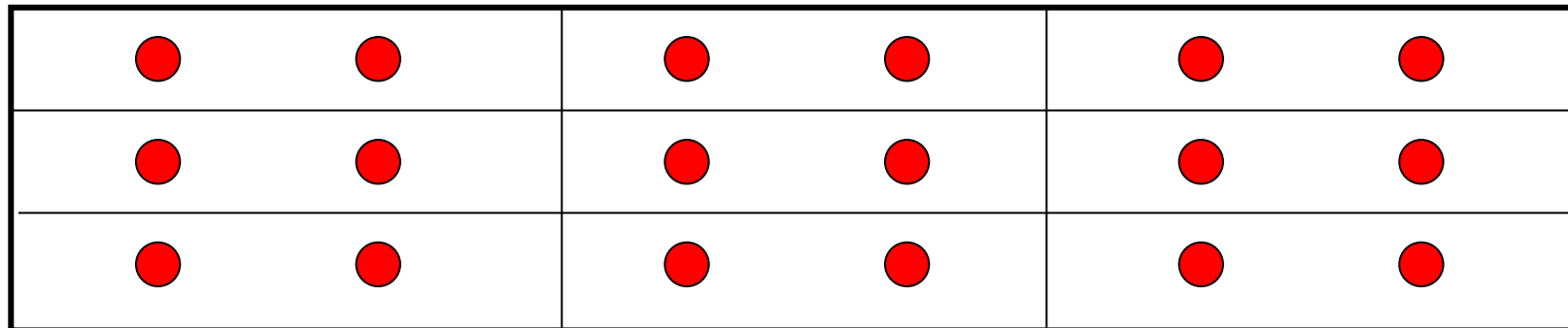


Kiülepített és egyenletes eloszlásúnak tekinthető szennyeződések

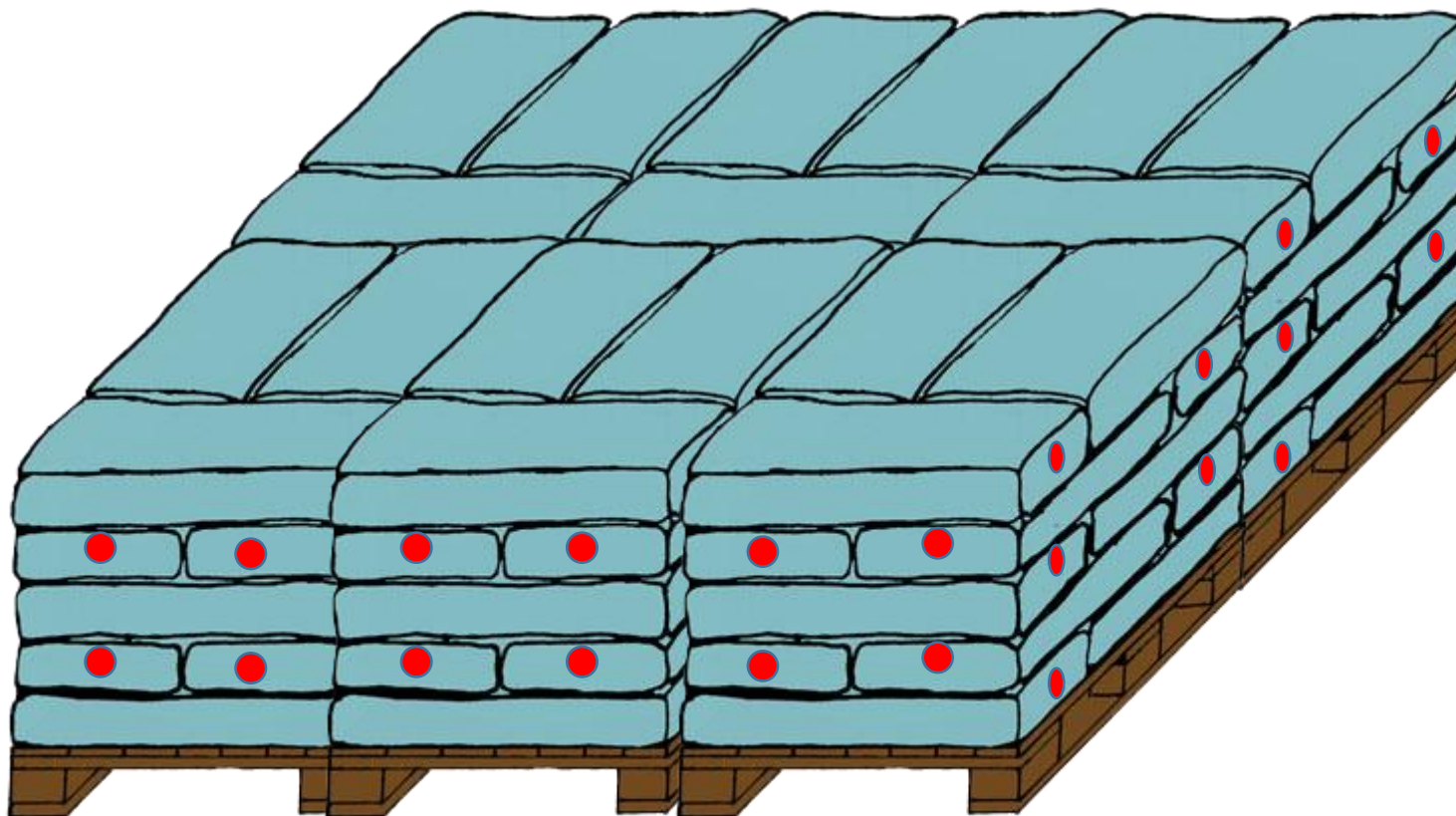


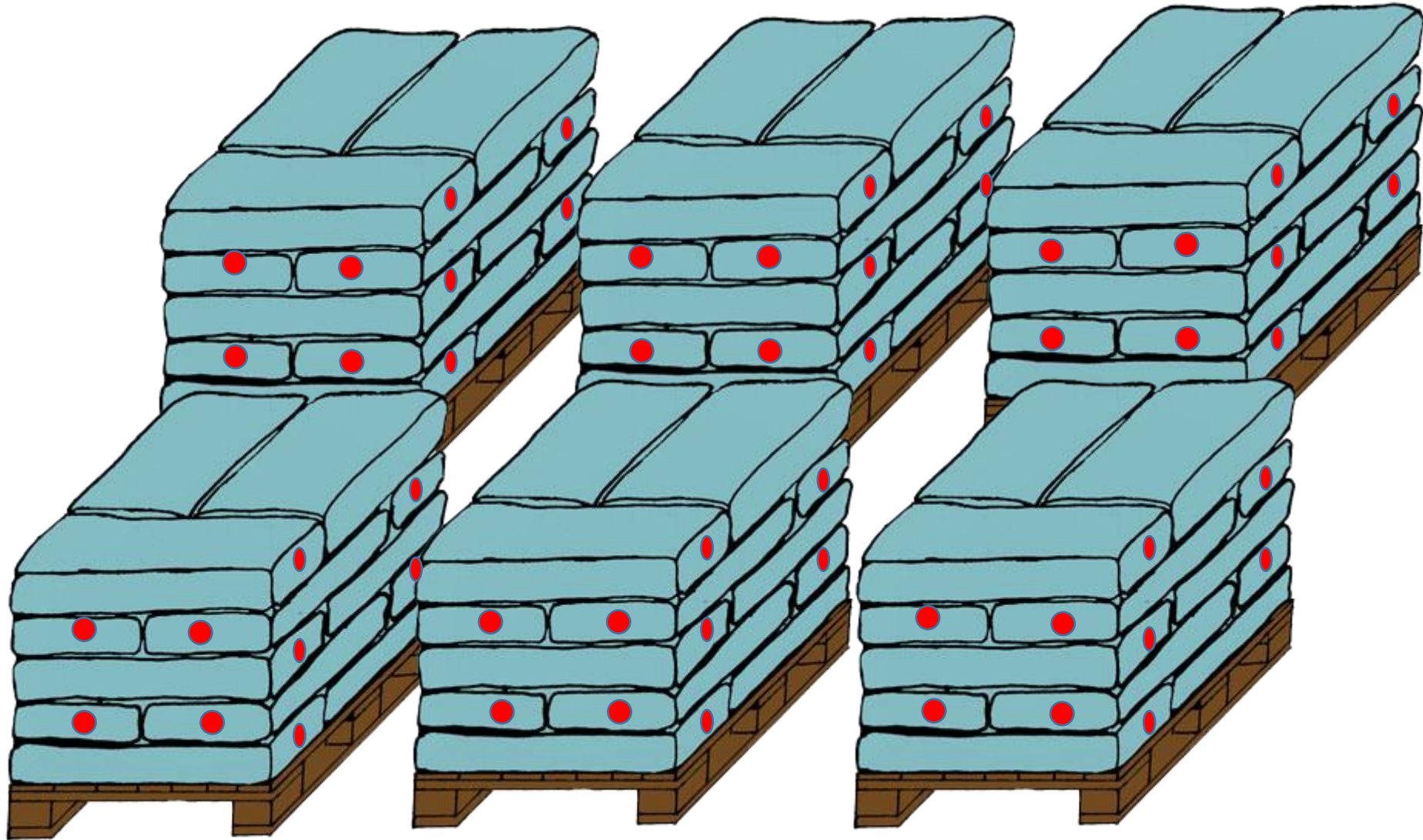


Teherautó, vasúti vagon mintavételi pontjai

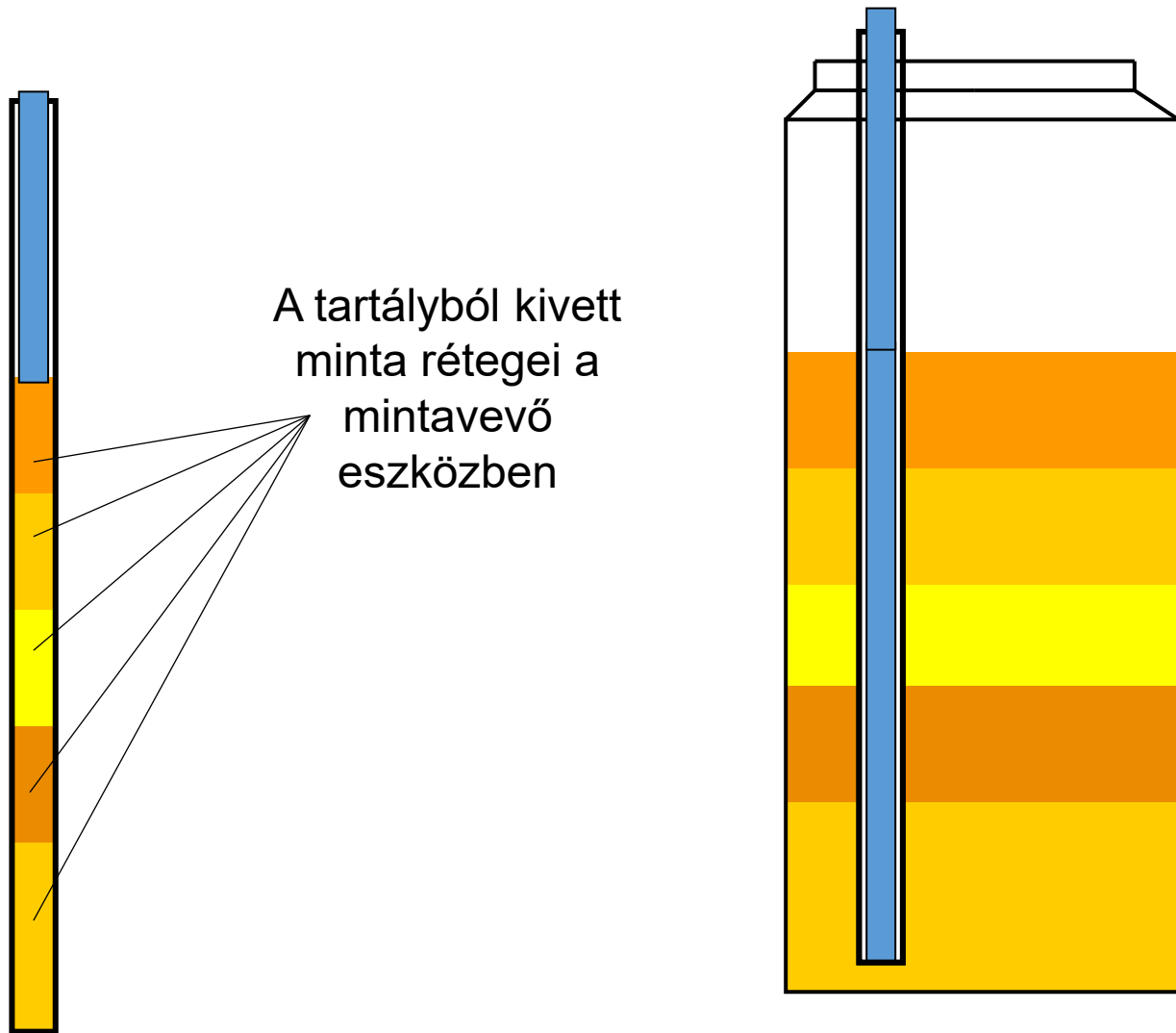


Uszály, osztott rakterű ömlesztett árut szállító eszköz

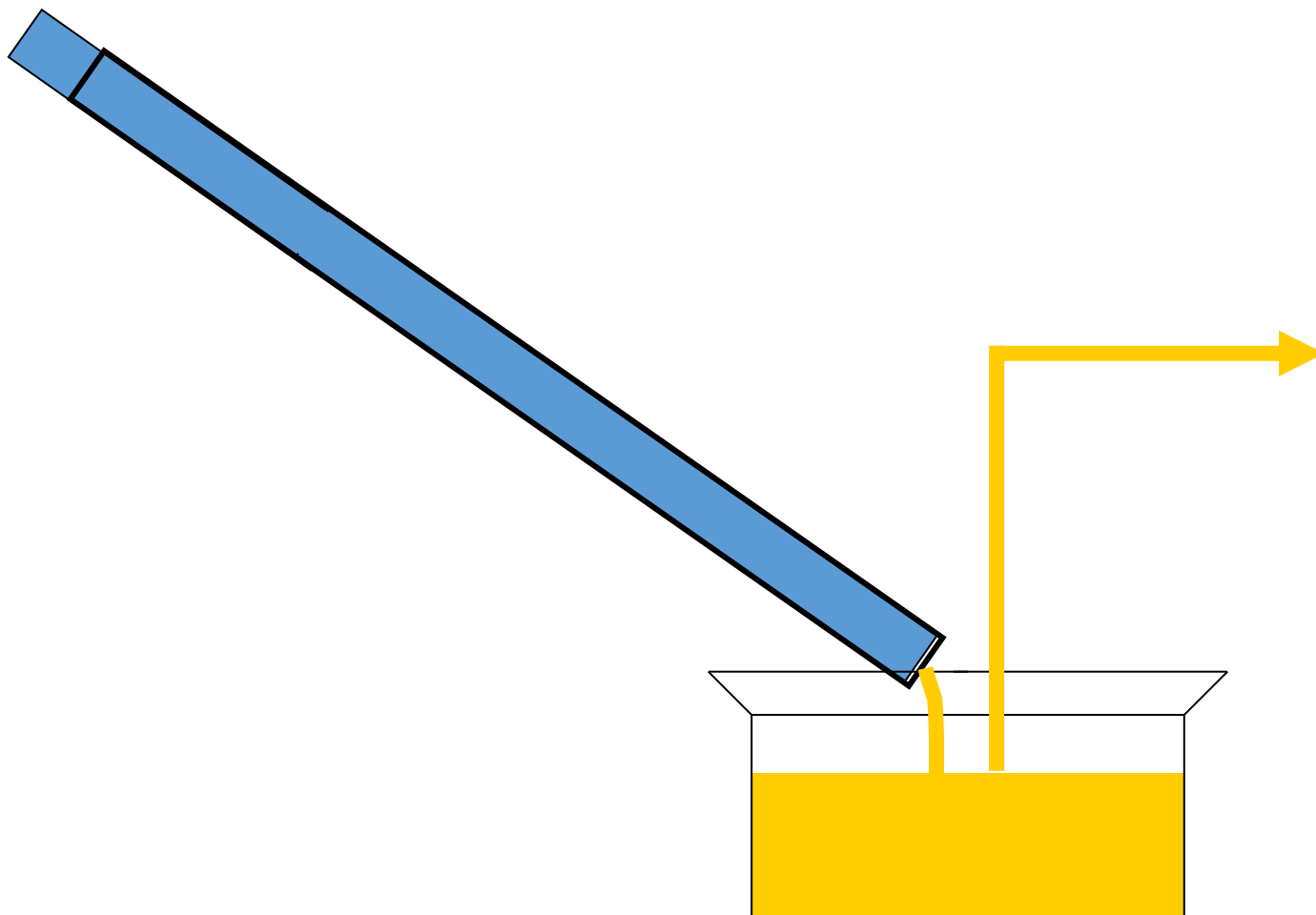




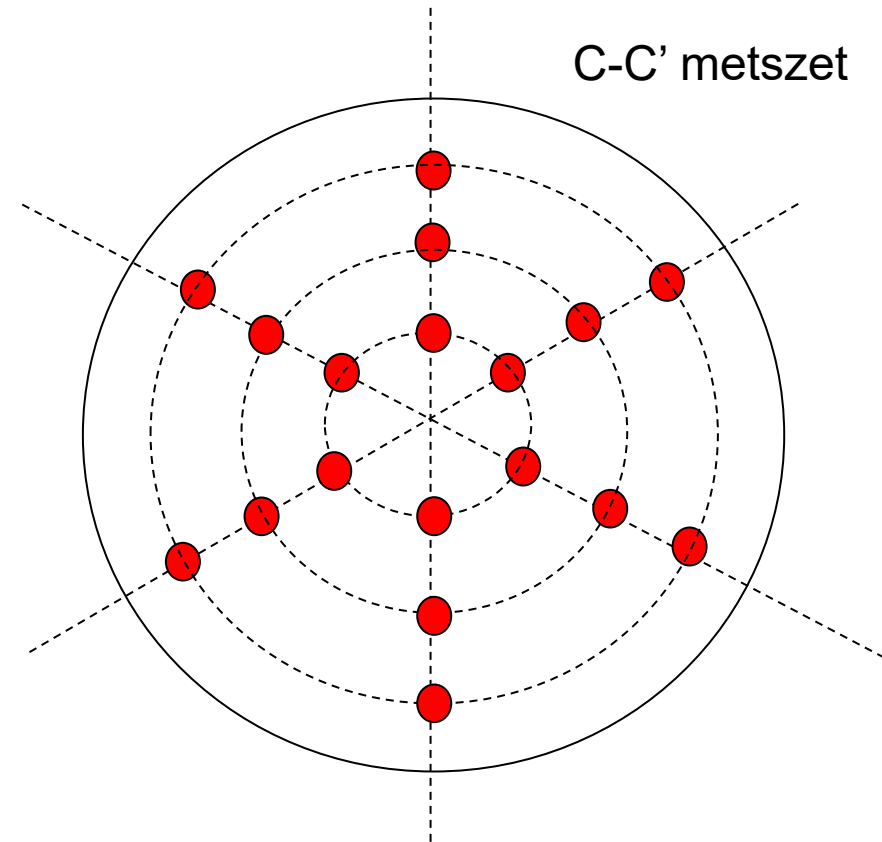
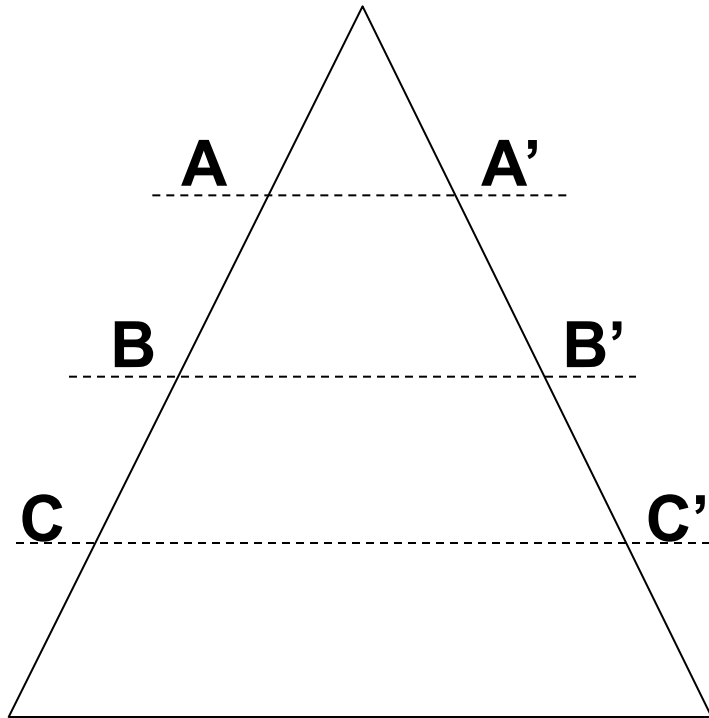
Mintavétel tartályból, hordóból



Fontos, hogy az esetleges rétegződésekből egyaránt lehessen mintát venni.



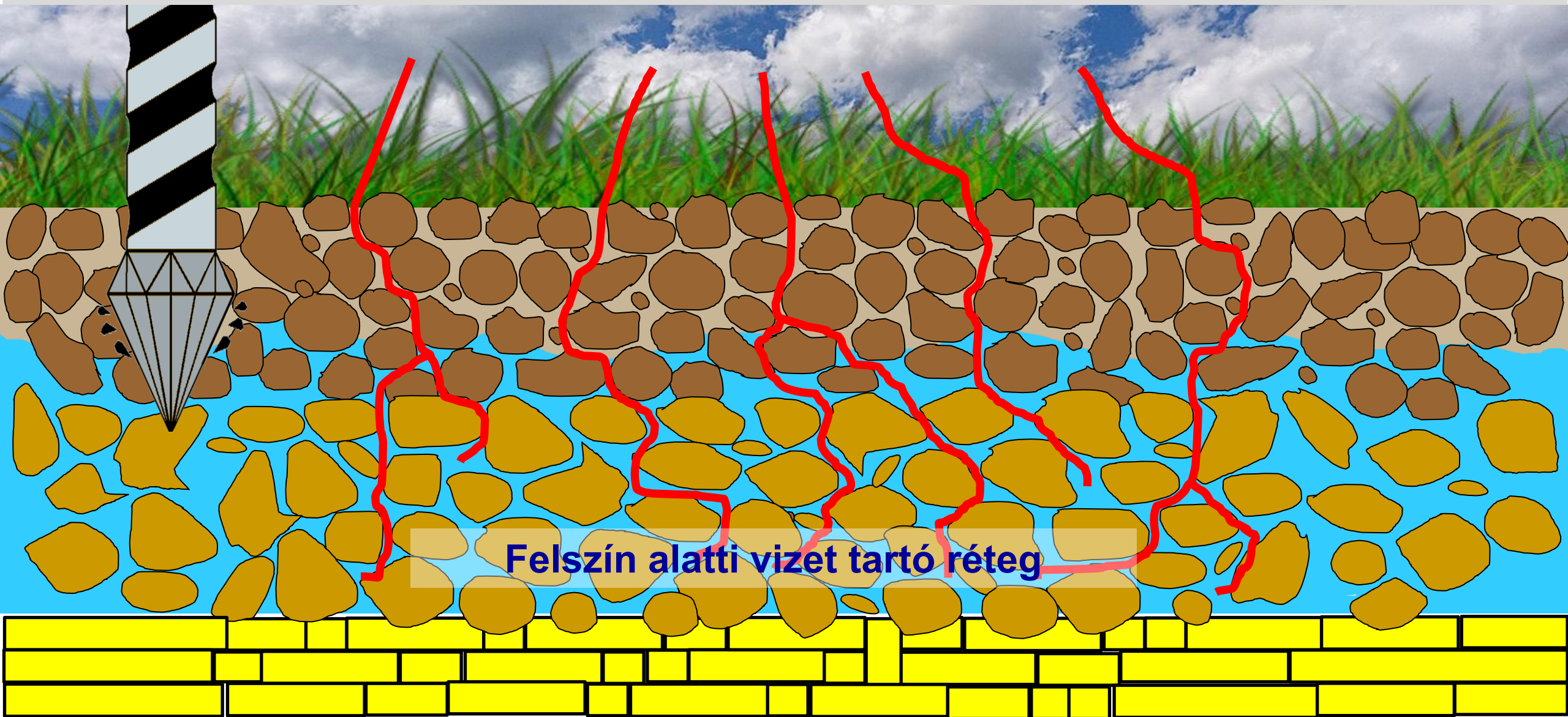
Homogenizálás,
minta-előkészítés,
műszeres analízis,
vizsgálati
jegyzőkönyv,
szakvélemény,
döntéshozatal



6.4.2.1. szakasz: kúp vagy gúla alakú hulladékterek centrális szimmetria alapján meghatározott mintavételi pontjai

A mintázandó hulladék térfogata m³	Pontminták száma db	Átlagminták száma db	Fertőzőképesség megállapítására vett minták száma - db
1 alatt	3	-	3
1-100	6	3	3
100 felett - 1000	12	3	6
1000 felett - 5000	18	6	9
5000 felett - 10000	24	6	12
10000 felett - 50000	30	6	15
50000 felett - 100000	36	6	18
100000 felett	Egyedi terv szerint	Egyedi terv szerint	Egyedi terv szerint

Felszínről a talajba szivárgó szennyezés kiterjedésének felmérése

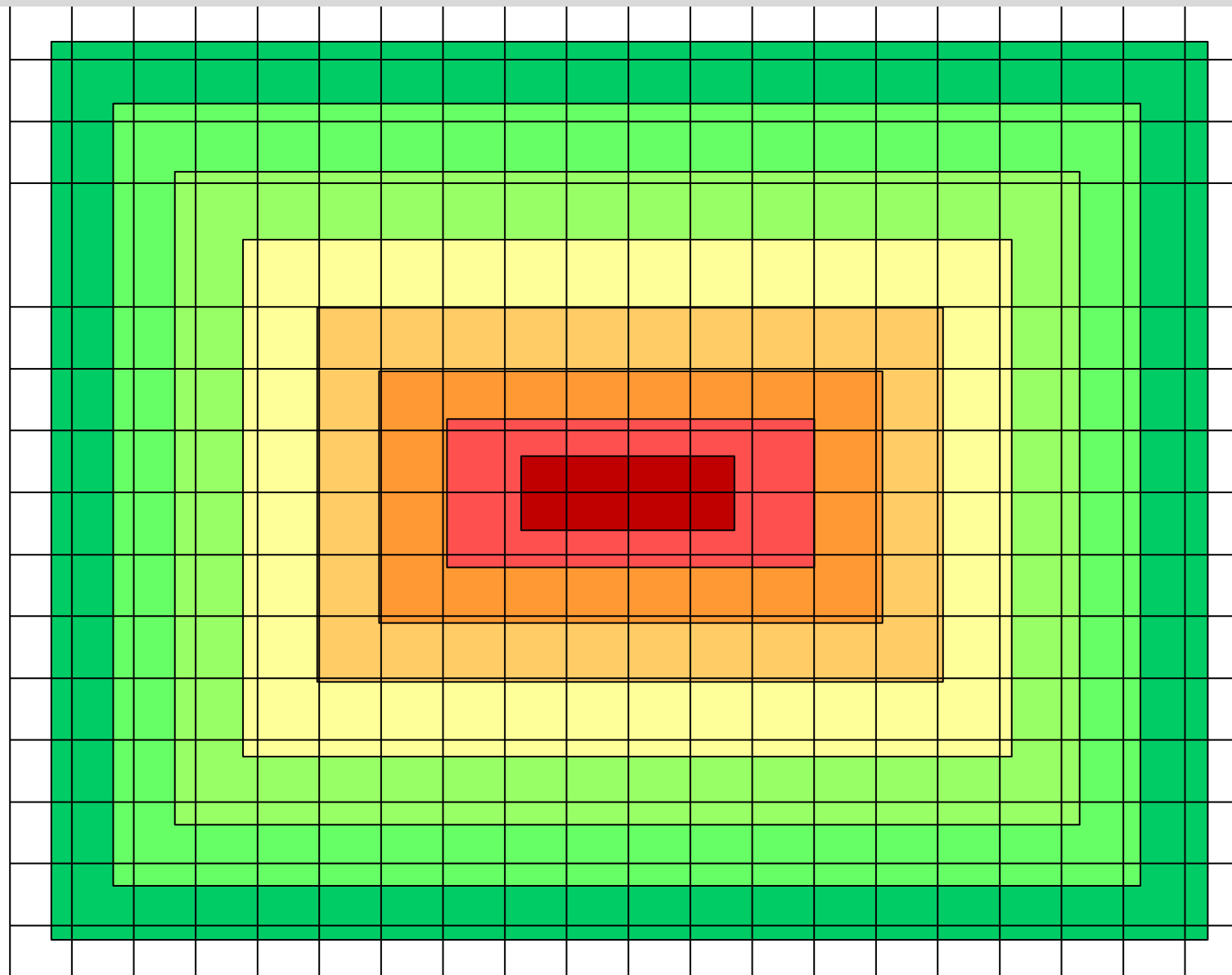


A szennyeződés a mintázott területen a felszínről nézve két dimenzióban terjedt szét
(diffúzió, entrópia...)

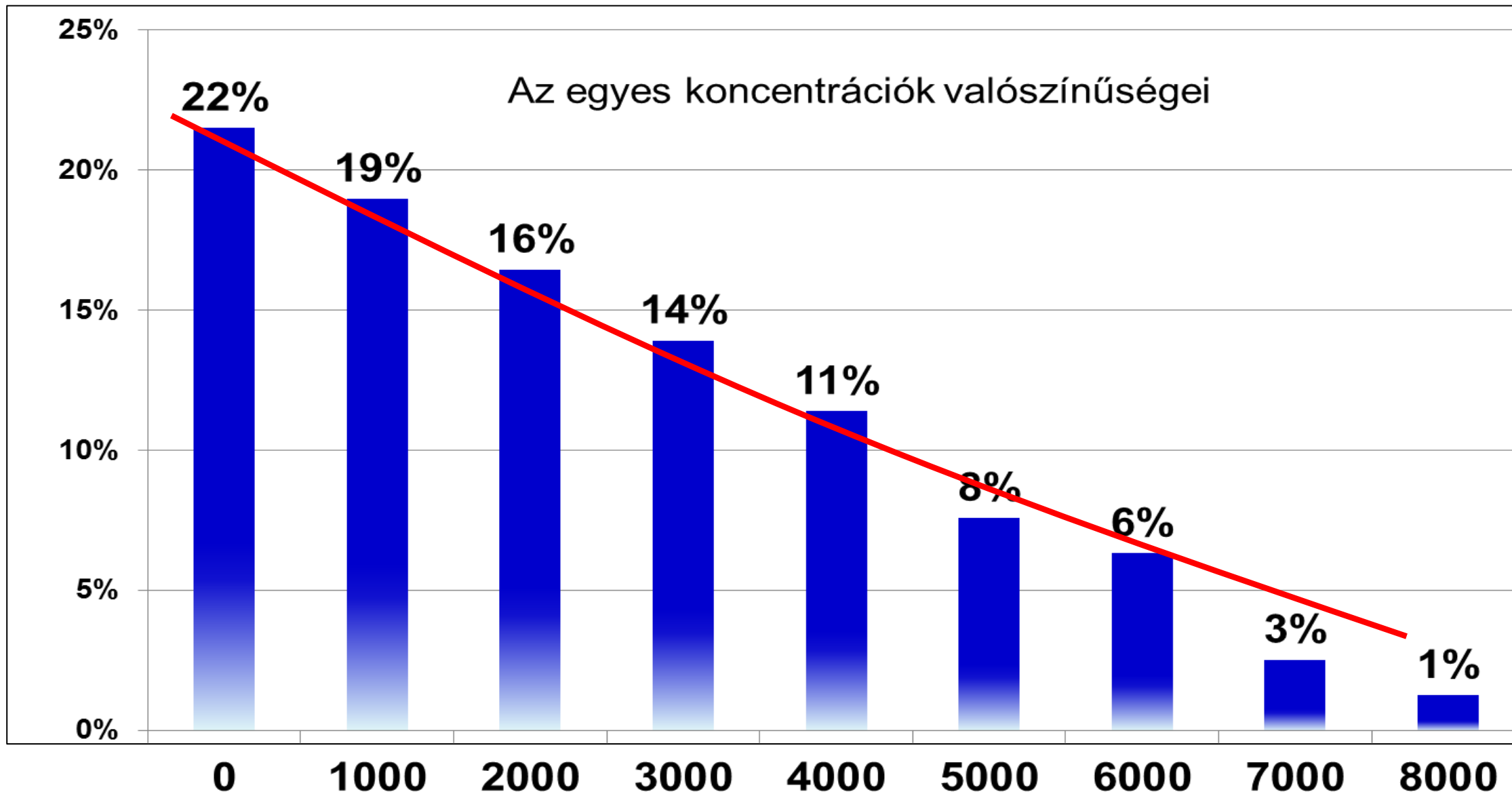
Különböző alakú szennyeződési foltokat
modellezünk

Téglalap alakú szennyeződés eloszlásának becslése 316 fúrásból 1/2

<LOQ	68 db
1000	60 db
2000	52 db
3000	44 db
4000	36 db
5000	24 db
6000	20 db
7000	8 db
8000	4 db

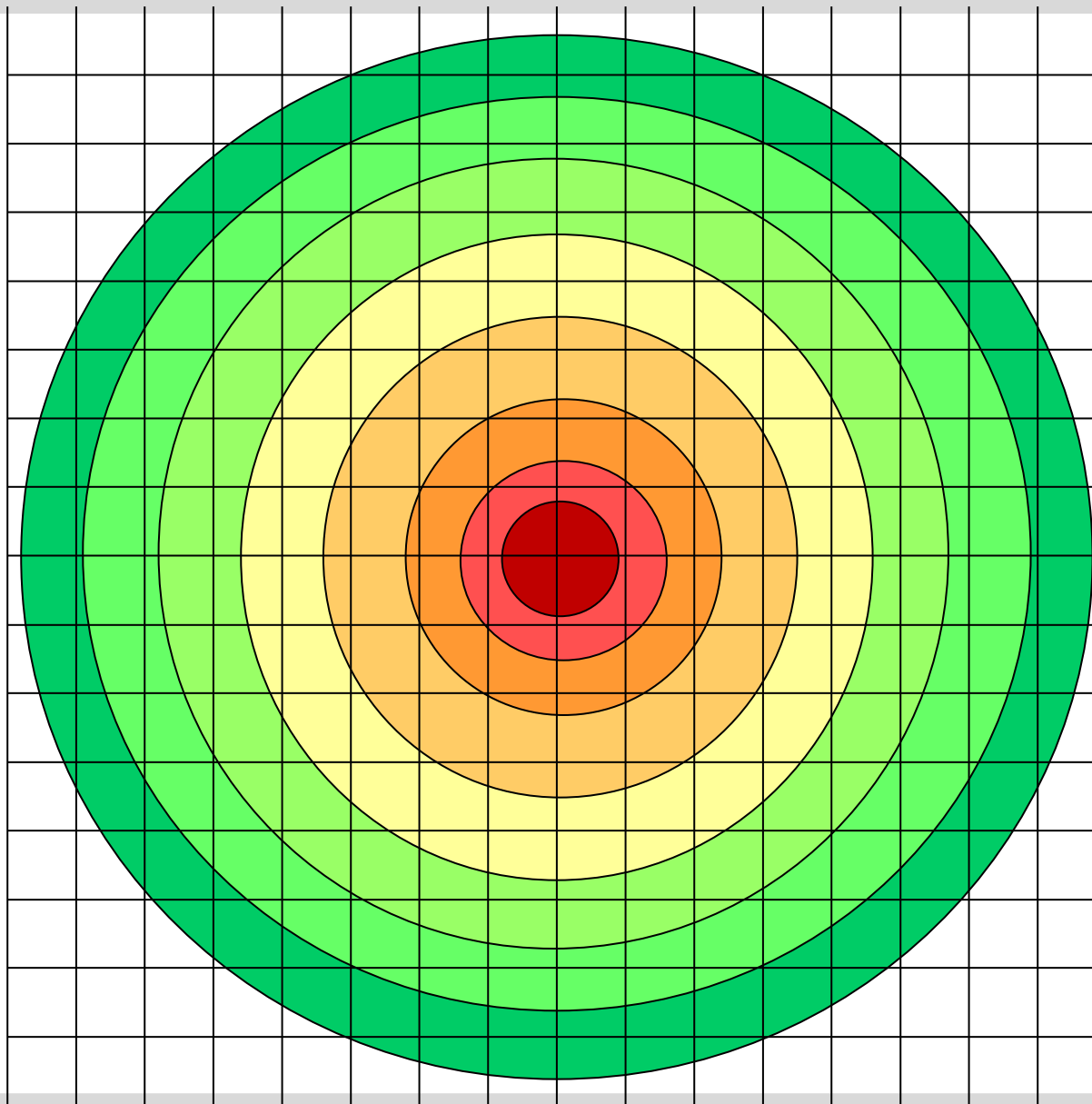


Téglalap alakú szennyeződés eloszlásának becslése 316 fúrásból 2/2

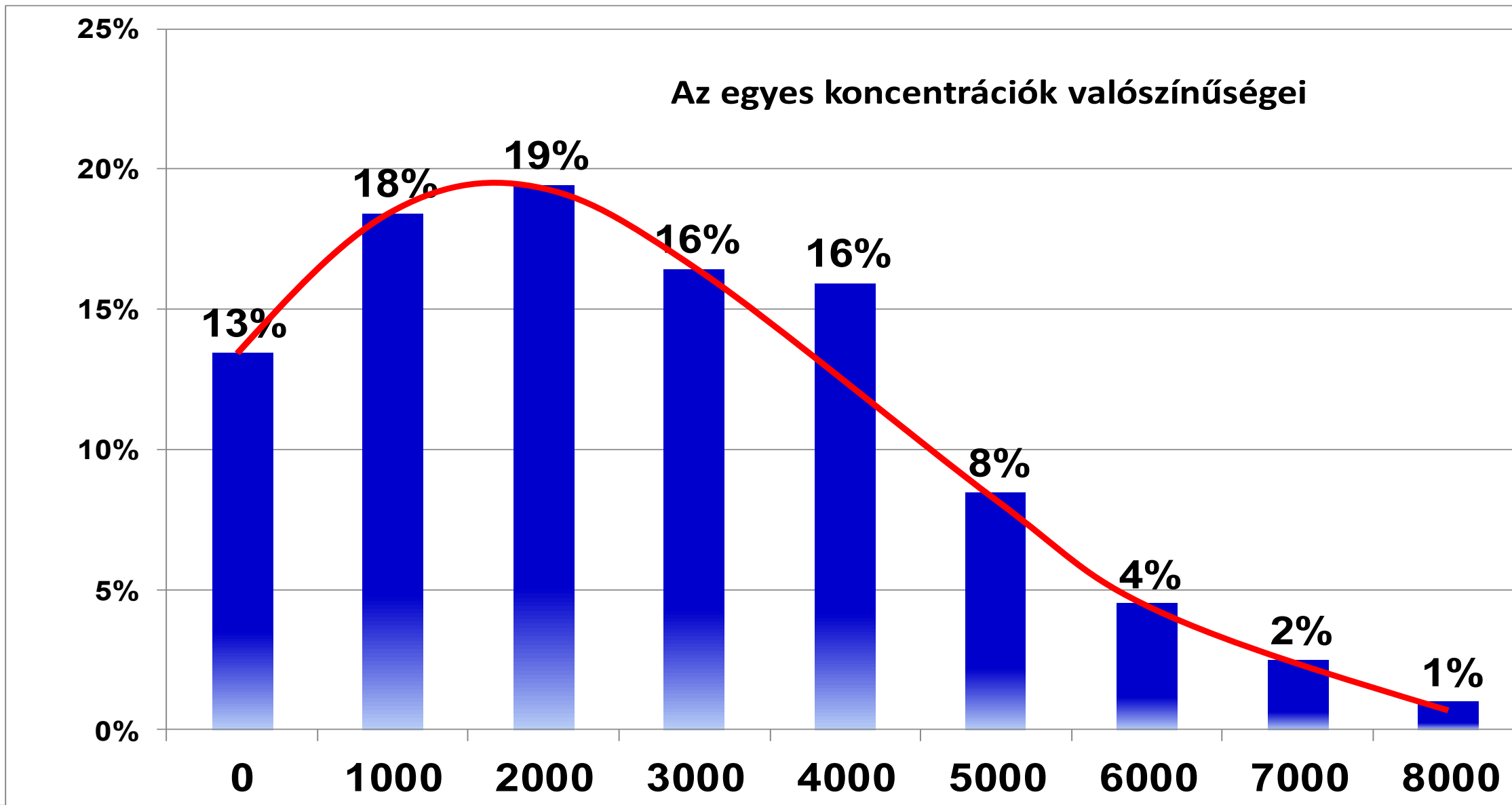


Kör alakú szennyeződés eloszlásának becslése 201 fúrásból 1/2

<LOQ	27 db
1000	37 db
2000	39 db
3000	33 db
4000	32 db
5000	17 db
6000	9 db
7000	5 db
8000	2 db

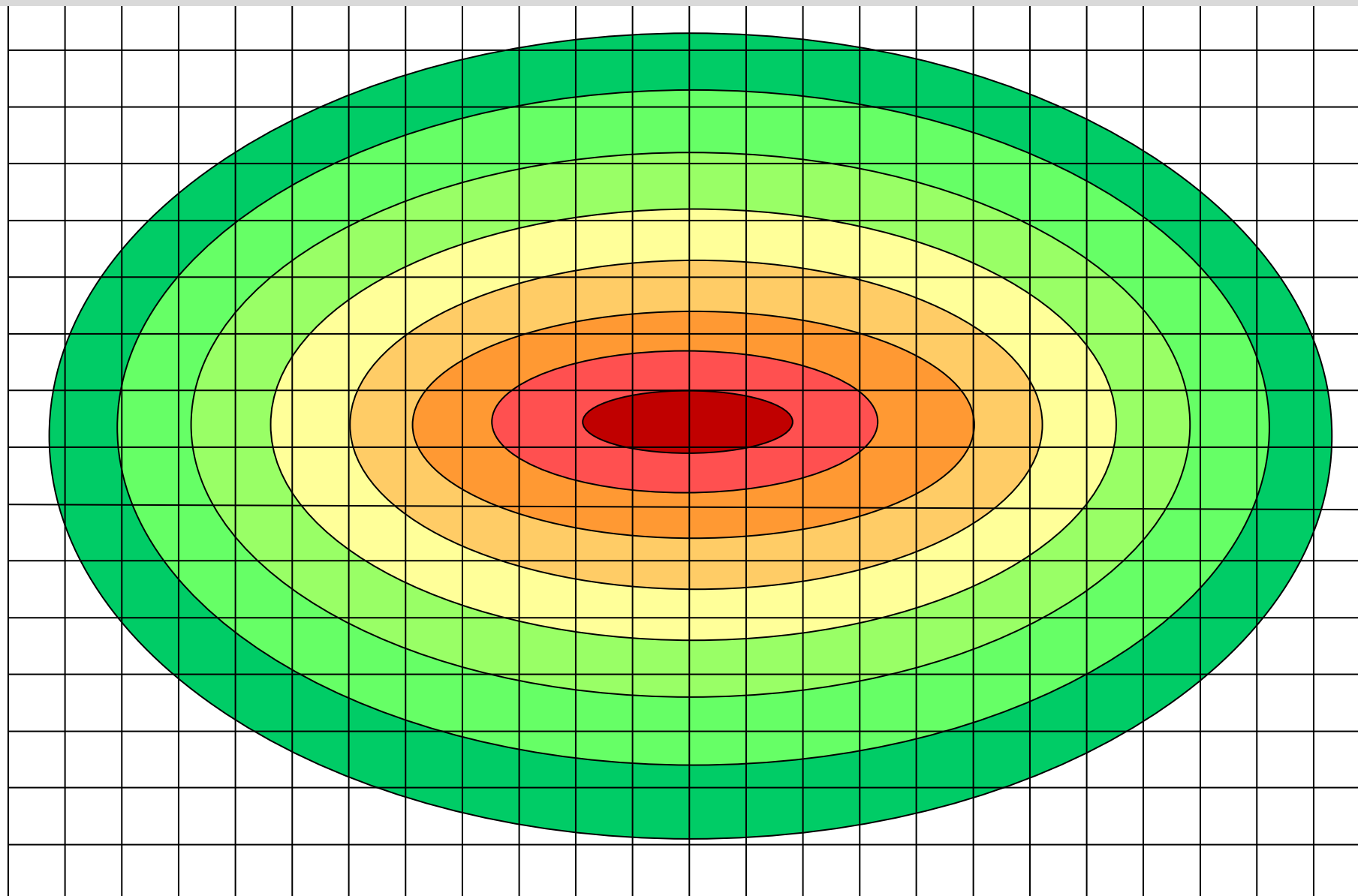


Kör alakú szennyeződés eloszlásának becslése 201 fűrásmagból 2/2



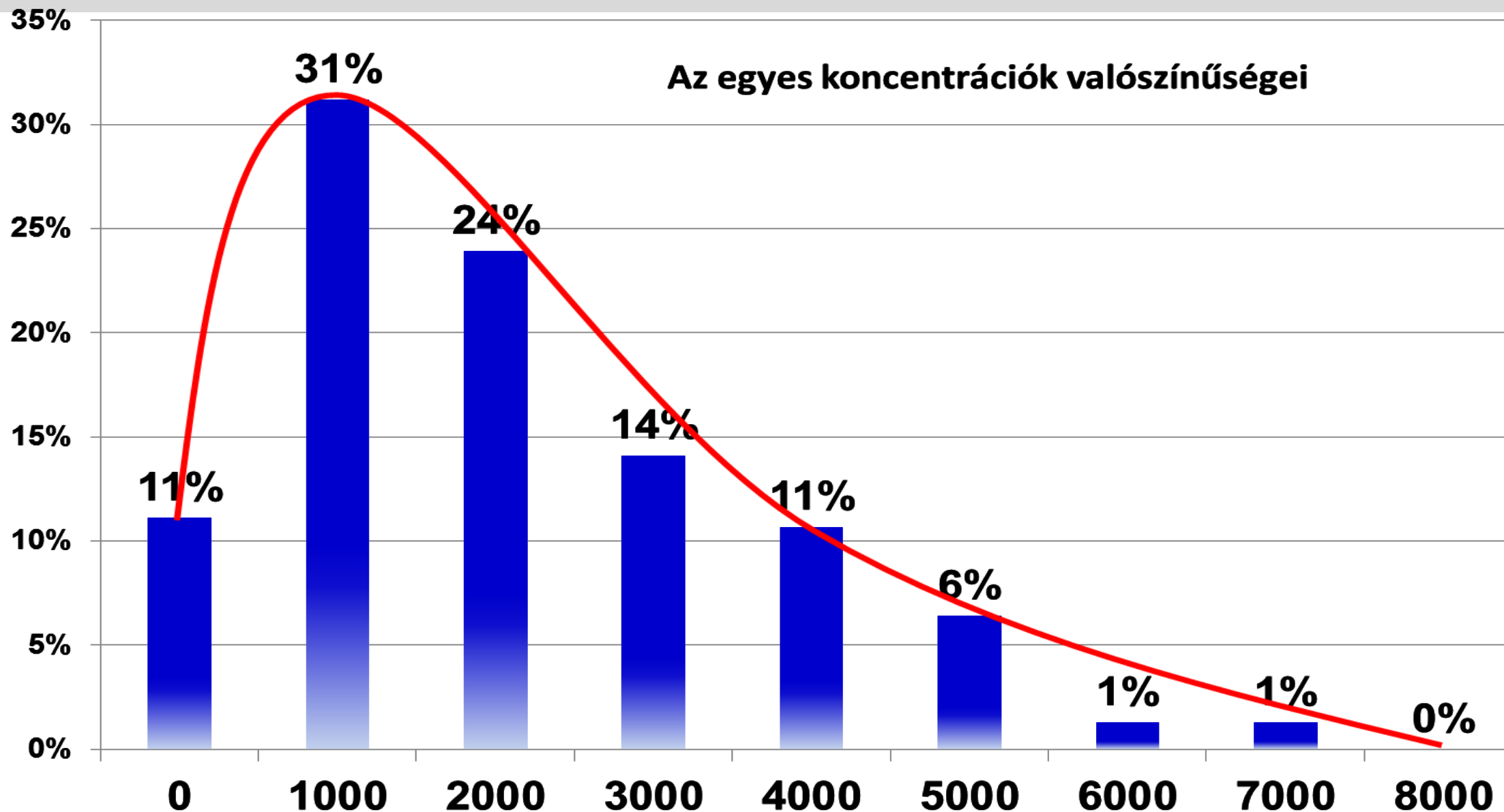
Ellipszis alakú szennyeződés eloszlásának becslése 201 fúrásból 1/2

<LOQ	34 db
1000	61 db
2000	59 db
3000	45 db
4000	32 db
5000	25 db
6000	20 db
7000	10 db
8000	2 db



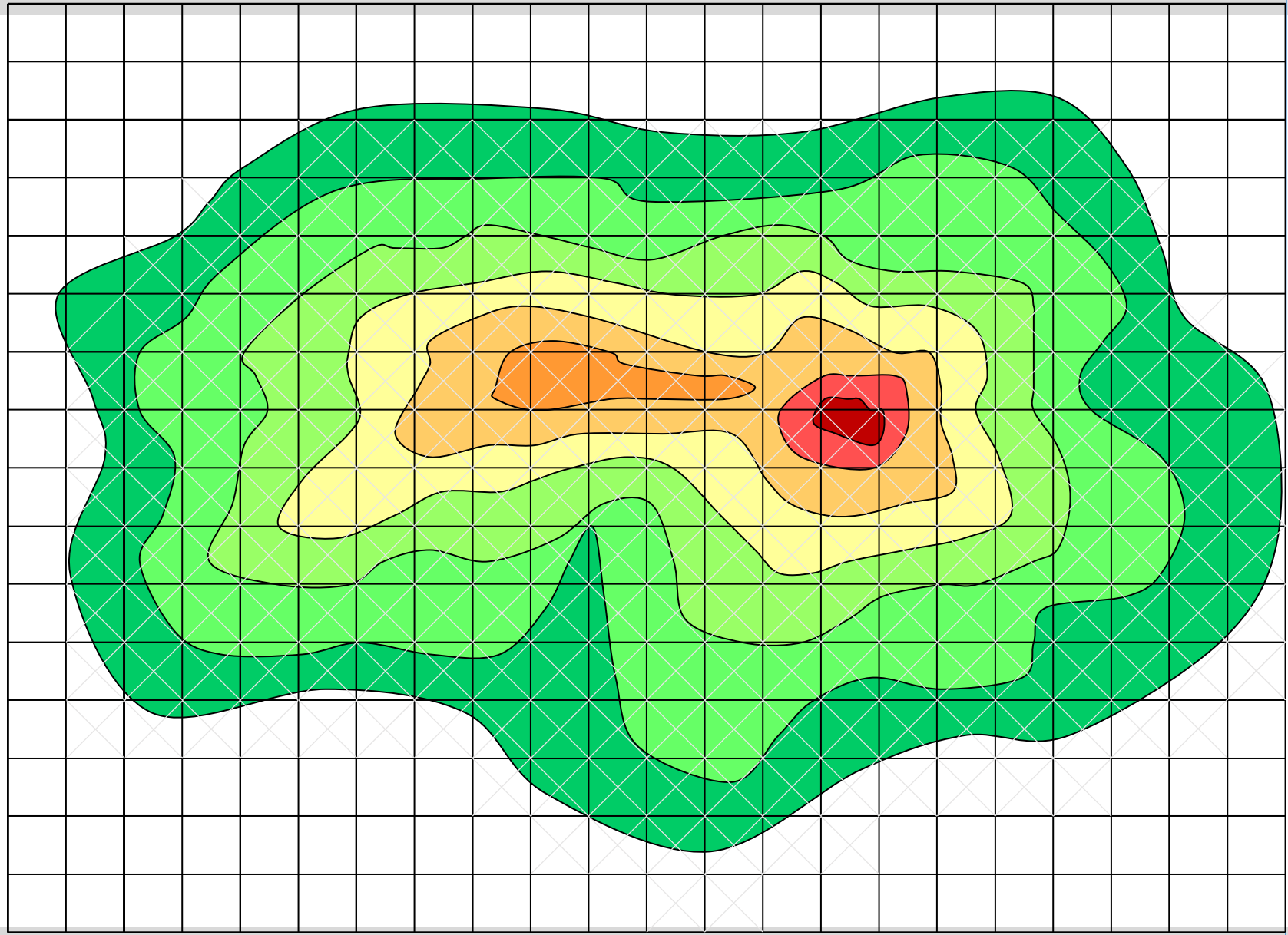
Ellipszis alakú szennyeződés eloszlásának becslése 201 fúrásból 2/2

Az egyes koncentrációk valószínűségei

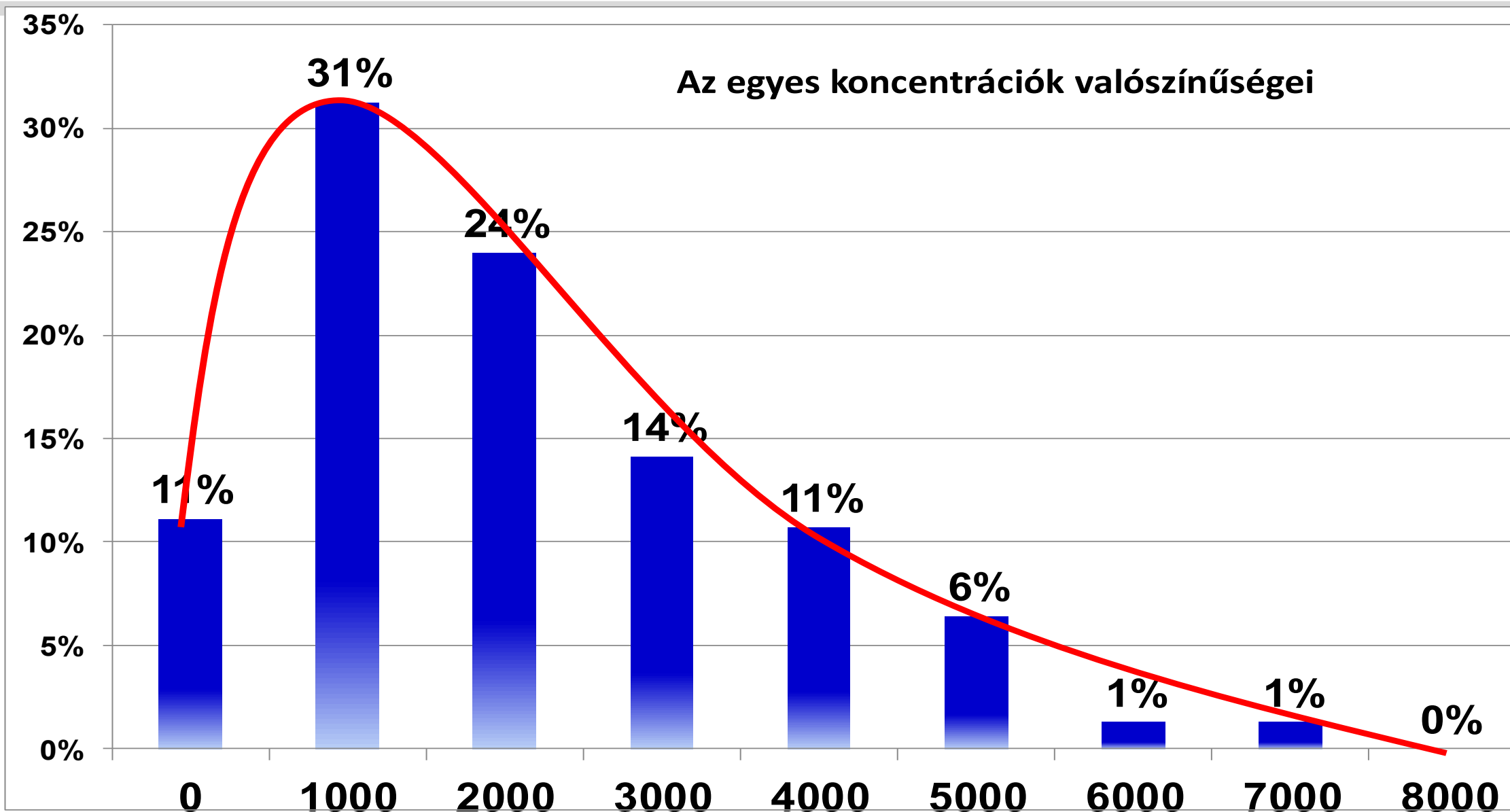


Szabálytalan alakú szennyeződés eloszlásának becslése 201 fúrásból 1/2

<LOQ	26 db
1000	73 db
2000	56 db
3000	33 db
4000	25 db
5000	15 db
6000	3 db
7000	3 db
8000	1 db

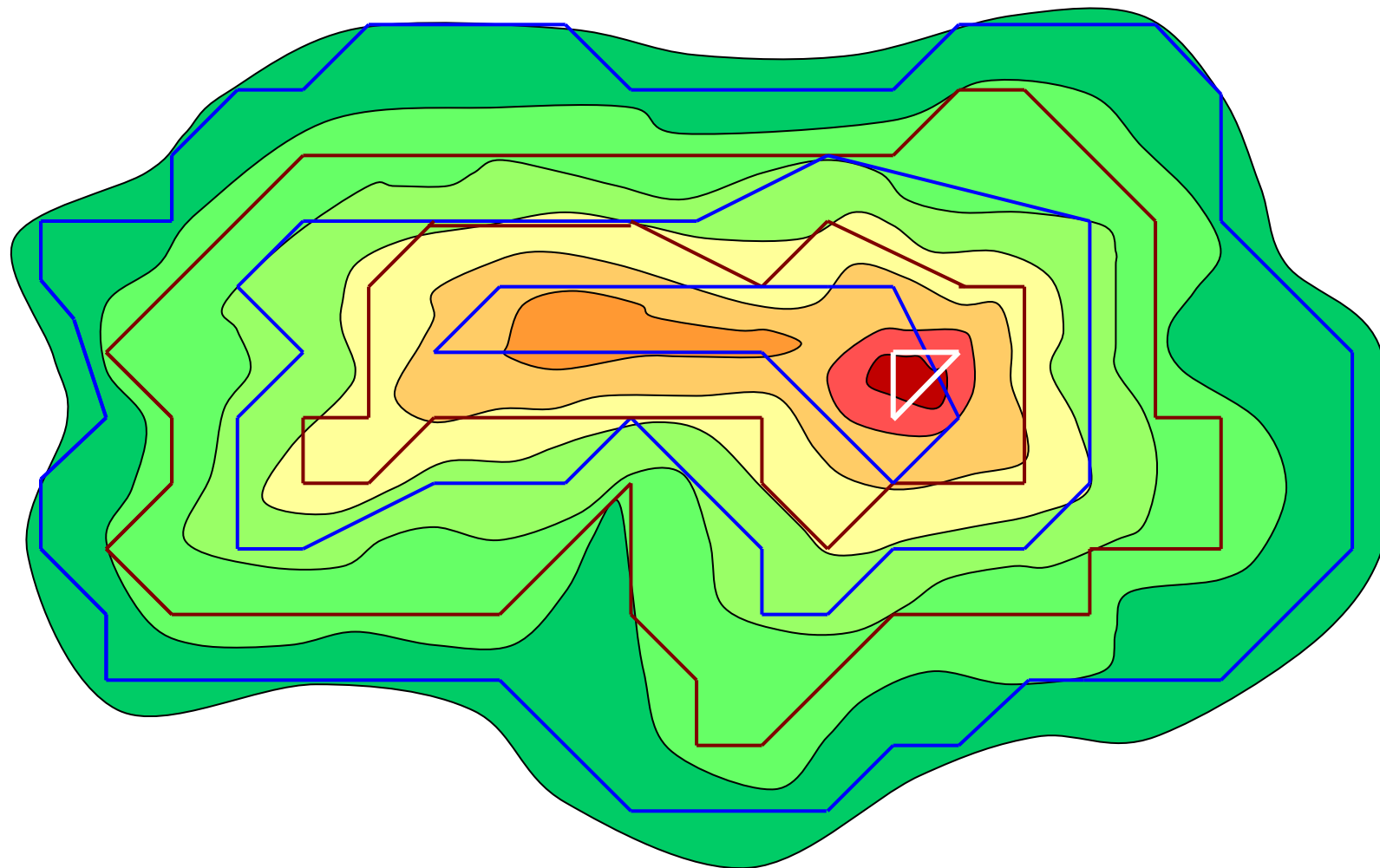


Szabálytalan alakú szennyeződés eloszlásának becslése 201 fúrásból 2/2



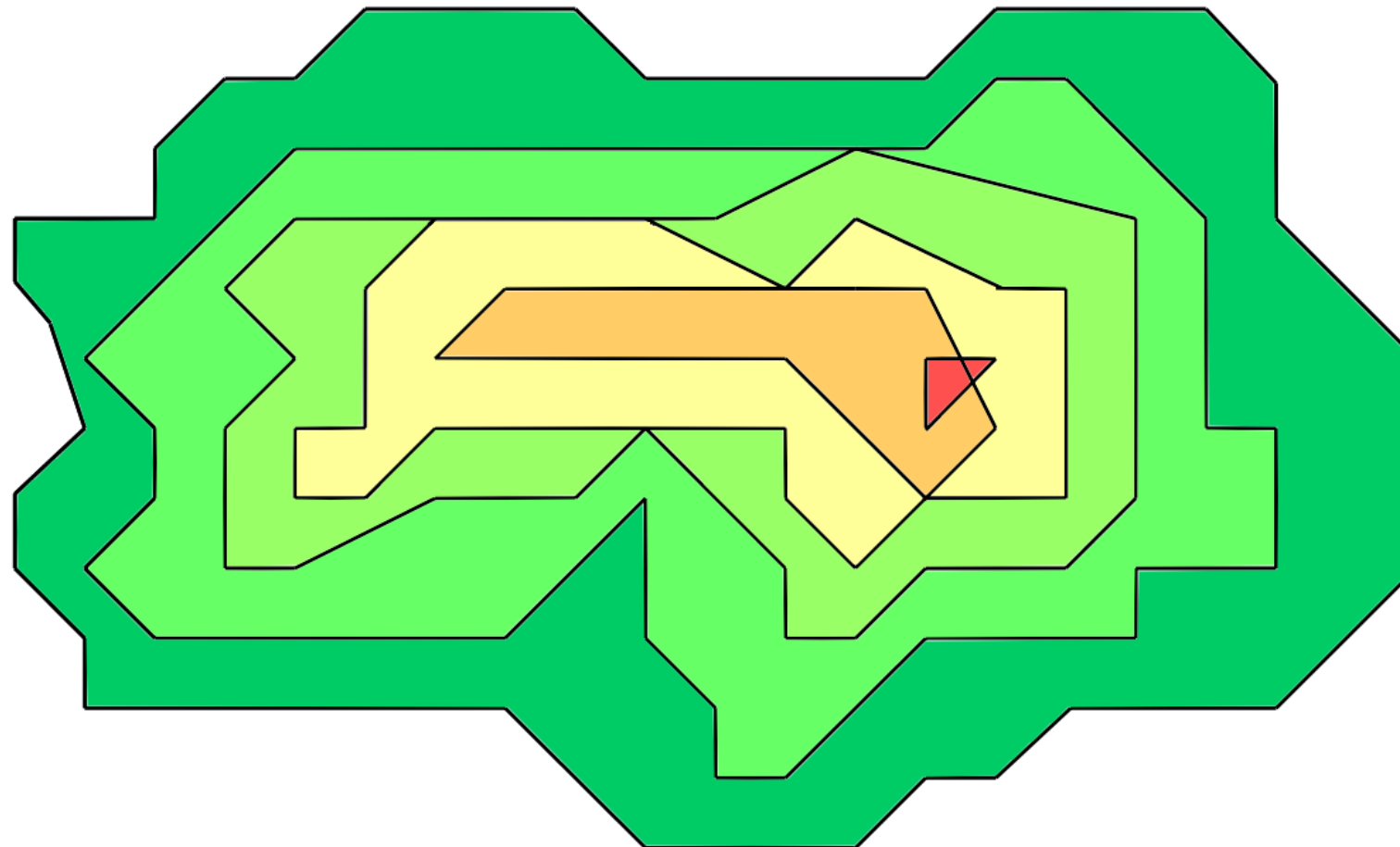
Szabálytalan alakú szennyeződés becsült izo-koncentrációs görbéi 201 fúrásmagból 1/2

<LOQ	26 db
1000	73 db
2000	56 db
3000	33 db
4000	25 db
5000	15 db
6000	3 db
7000	3 db
8000	1 db

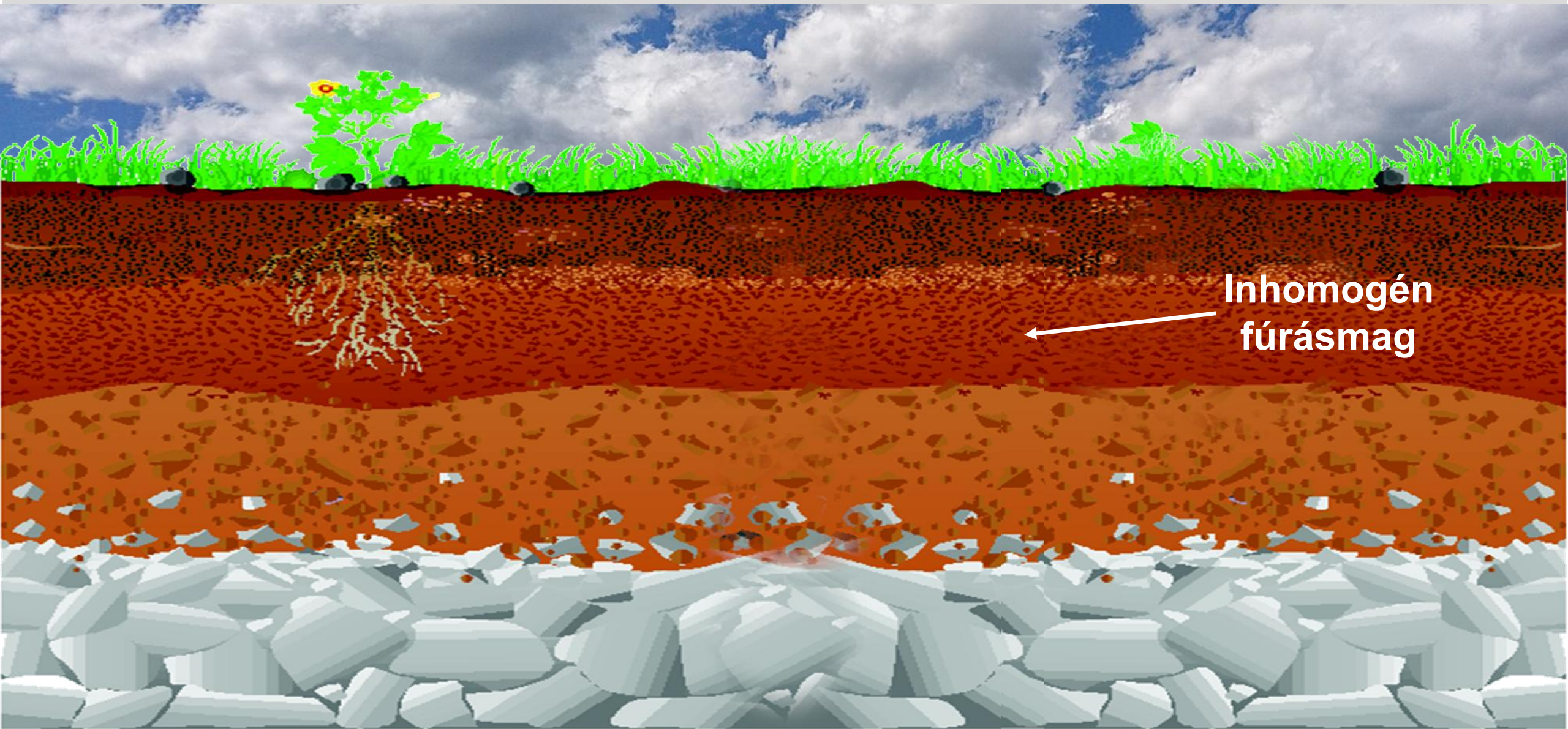


Szabálytalan alakú szennyeződés becsült izo-koncentrációs görbéi 201 fúrásmagból 2/2

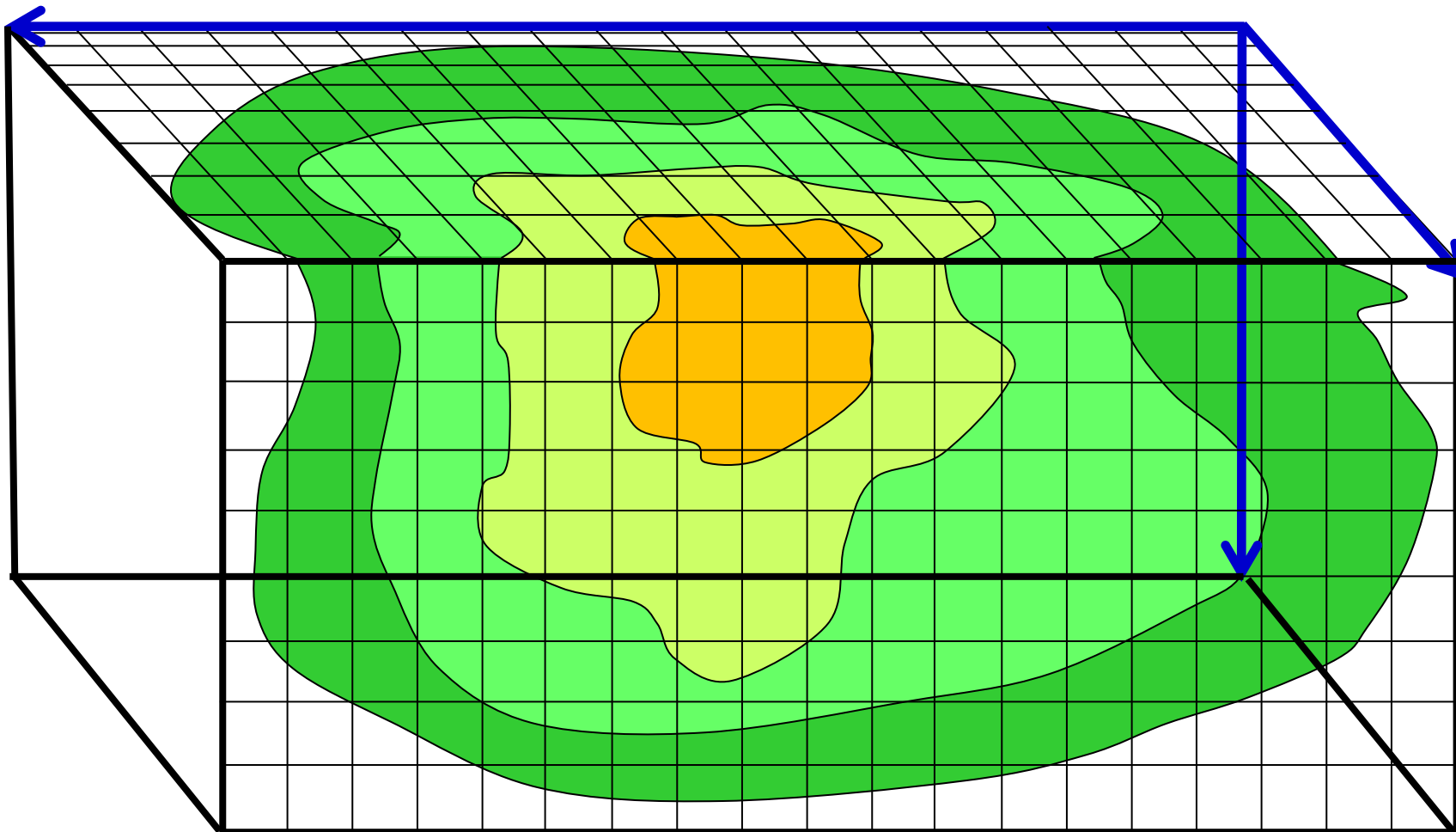
<LOQ	26 db
1000	73 db
2000	56 db
3000	33 db
4000	25 db
5000	15 db
6000	3 db
7000	3 db
8000	1 db



A szennyeződés nemcsak horizontálisan, hanem vertikálisan is terjed



A szennyeződés nemcsak horizontálisan, hanem vertikálisan is terjed



Belátható, hogy a környezetvédelmi vizsgálatok céljára végrehajtott talajmintázás meglehetősen nagy hibával végezhető



Köszönöm a hallgatóság figyelmét!



